

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3.

Chaque candidat utilisera une (01) feuille de papier millimétré.

Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

Dans le tableau ci-dessous, quatre propositions sont données.


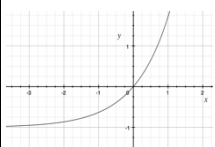
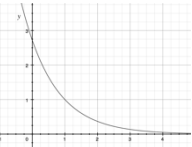
Pour chacune d'elles, écris sur ta copie le numéro de la proposition suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1.	Soit X une variable aléatoire prenant les valeurs x_1, x_2, \dots, x_n avec les probabilités respectives p_1, p_2, \dots, p_n et $E(X)$ l'espérance mathématique de X . La variance de X est le nombre réel noté $V(X)$ et défini par $V(X) = x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 + \dots + x_n^2 p_n - [E(X)]^2$.
2.	Soit f une fonction dérivable en a . Une équation de la tangente à la courbe (C_f) de f au point A d'abscisse a est : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.
3.	La fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est la fonction dérivée de la fonction $x \mapsto -\frac{1}{x^2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
4.	L'équation $(E) : e^{2x+1} = e^{\ln 3} \Leftrightarrow 2x + 1 = 3$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, trois **réponses A, B et C** permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est juste.

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la réponse qui permet d'obtenir l'affirmation juste.

N°	Énoncés incomplets	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{-1}{x-1} \right) = \dots$	$+\infty$.	$-\infty$.	0.
2.	Soit Y une variable aléatoire définie sur l'univers d'une expérience aléatoire. La variance de Y est $V(Y) = \frac{25}{18}$, donc l'écart type de Y est le nombre $\sigma(Y) = \dots$	$\frac{5}{9}$	$\sqrt{\frac{18}{25}}$	$\sqrt{\frac{25}{18}}$
3.	La courbe représentative de la fonction $x \mapsto e^x$ est ...			
4.	L'ensemble des solutions de l'équation $(E) : xe^x = 0$ est ...	$S_{\mathbb{R}} = \{0\}$.	$S_{\mathbb{R}} = \{0; 1\}$.	$S_{\mathbb{R}} = \emptyset$.

EXERCICE 3 (4 points)

Un sac contient 150 jetons indiscernables au toucher.

Chacun de ces jetons à deux faces dont l'une des faces est marquée par l'un des chiffres 1 ; 2 ou 3 et l'autre face est coloriée en l'une des couleurs verte, rouge, jaune ou bleue.

Les 150 jetons du sac sont repartis comme l'indique le tableau ci-dessous :

Couleur Chiffre	verte	rouge	bleue	jaune	Total
1	0	10	10	10	30
2	10	30	25	10	75
3	0	15	20	10	45
Total	10	55	55	30	150

1) On tire au hasard un jeton du sac.

Calcule sous forme de fraction irréductible, la probabilité des évènements suivants :

A : « Obtenir un jeton dont une face est coloriée en bleu. »

B : « Obtenir un jeton dont une face est coloriée en bleu et l'autre face est marquée du chiffre 1. »

C : « Obtenir un jeton dont l'une des faces est coloriée en jaune ou en vert. »

2) On introduit un jeu. La règle de ce jeu est la suivante :

Le joueur tire au hasard un jeton du sac ;

- Si le jeton obtenu a une face marquée du chiffre 1, on gagne 10.000 F,
- Si le jeton obtenu a une face marquée du chiffre 2, on gagne 12.000 F,
- Si le jeton obtenu a une face marquée du chiffre 3, on gagne 15.000 F.

Soit X la variable aléatoire associée au gain du joueur.

a) Justifie que la probabilité pour que X prenne la valeur 15.000F est $P(X = 15.000) = \frac{3}{10}$.

b) Détermine la loi de probabilité de X .

c) Justifie que l'espérance mathématique de X est égale à 12500.

EXERCICE 4 (7 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est le centimètre.

On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = e^x + \ln x$ et on désigne par (C_f) sa représentation graphique.

1) a) Justifie que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$.

b) Donne une interprétation graphique de ce résultat.

2) Justifie que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

3) a) Démontre que : $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{xe^x + 1}{x}$.

b) Justifie que f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

c) Dresse le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$.

4) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]0,2; 0,3[$.

5) a) Recopie le tableau suivant sur ta feuille de copie puis complète-le.

x	0,5	1	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$		2,7		8,9		10,8		13

b) Construis avec soin (C_f) dans le plan muni du repère (O, I, J) sur l'intervalle $[0,5; 2,5]$.

6) On donne la fonction H définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par $H(x) = x \ln x - x$.

a) Justifie que la fonction H est une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto \ln x$.

b) Calcule l'aire en cm^2 de la partie délimitée par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.

EXERCICE 5 (5 points)

Tu rends visite à ton frère qui est un agent de laboratoire dans un centre de santé publique lors d'une campagne de dépistage d'une maladie infectieuse.

Lorsqu'un patient est dépisté positif, il reçoit par injection une première dose d'INPRO, un produit sensé ralentir l'évolution de la maladie.

Par ailleurs une étude révèle que pour un patient ayant reçu la première dose d'INPRO, l'indice d'évolution de la maladie est modélisé par une fonction f définie sur \mathbb{N} par : $f(t) = (\ln t)^2 - 3 \ln t$, où t est le nombre de jours écoulés après le jour d'injection de la première dose d'INPRO avec $t > 1$.

Dans ce centre de santé un équipement "A" permet de faire une projection de l'indice d'évolution critique de la maladie, à partir d'un examen de sang du patient injecté au produit INPRO.

Cet indice d'évolution critique est celui qui donne droit au patient de recevoir la deuxième dose d'INPRO.

Ensuite un deuxième équipement "B" utilise l'indice d'évolution critique déterminé par l'équipement "A" pour donner le nombre de jours correspondants à cet indice afin de fixer la date d'injection de la deuxième dose.

En ta présence, un patient est dépisté positif et l'indice d'évolution critique de la maladie obtenu à partir de l'examen de son sang est 10 après injection de la première dose d'INPRO.

Malheureusement, un problème de court-circuit vient de mettre hors d'usage l'équipement "B". Par conséquent, le moment d'injection de la deuxième dose d'INPRO doit être impérativement déterminé par des calculs.

Ton frère n'étant pas qualifié pour ces types de calculs te sollicite.

Il te demande de déterminer le nombre de jours qui doivent s'écouler du lendemain du jour d'injection de la première dose d'INPRO, à la date de rendez-vous pour l'injection de la deuxième dose.

Dans le cas de cette modélisation et à l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de ton frère.