DEVOIR DE NIVEAU
NIVEAU: TleA_2
Année-Scolaire : 2021/2022

MATHÉMATIQUES

Coefficient : 2
Durée : 2 heures
Enseignant : M. KABY

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées $1/2$ *et* $2/2$.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **<u>Exemple : 5-A</u>**

N°	Affirmations	Réponses	
1	Une équation de la tangente à (C_f) au point A d'abscisse α est	A	$y = f'(\alpha)(x-\alpha) + f(\alpha)$
		B	$y = f(\alpha)(x-\alpha) + f(\alpha)$
		C	$y = f'(\alpha)(x-\alpha) - f(\alpha)$
2	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1-4x^2}{2x^2+9}$ est égale à	A	0
		B	$\frac{1}{2}$
		C	-2
3	Le calcule de 5 ! est :	A	$5\times4\times3\times2\times1$
		B	$5\times2\times3\times4\times1$
		C	$5\times4\times2\times3\times1$
4	f est une fonction définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 2lnx - x$.	A	$f'(x) = \frac{2}{x} - x$
		B	$f'(x) = \frac{2}{x} - 1$
		C	$f'(x) = \frac{1}{x} - 1$
5	$Si\ \ f(x) = \frac{x^2-3x}{x+1}$, alors	A	$f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$
		B	$f'(x) = \frac{3x^2-4x-3}{(x+1)^2}$
		C	$f'(x) = \frac{2x-3}{(x+1)^2}$

EXERCICE 2 (2 points)

Recopie le numéro de la question suivi de la mention Vrai si l'affirmation proposée est Vraie ou par Faux si l'affirmation proposée est Fausse. **<u>Exemple : 5-Faux</u>**

1. L'ensemble de définition de la fonction : $x \mapsto \ln(x)$ est $\mathbb{R}$.
2. Soit A et B deux évènements d'un même univers, on a:
$P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B)$
3. l'ensemble de définition de la fonction h définie par $h(x) = \ln\left(\frac{x-1}{2x-1}\right)$ est l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;\,1\right[$.
4. L'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse -1 est de la forme :
$y - f(-1) = f'(-1)(x+1)$

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER

EXERCICE 3 (5 points)

La glacière de Madame Kaby contient douze (12) jus de fruit indiscernables au toucher. Six (6) jus sont de gingembre, deux (2) sont de tamarin et quatre (4) de bissap. Le fils de Madame Kaby choisit au hasard et simultanément trois (3) jus dans la glacière.

1. Justifie que le fils de Madame Kaby a 220 résultats possibles à l'issue de son choix.
2. Soit les évènements suivants :

A « les trois jus choisis sont de même nature »

B : « Le choix comporte un seul jus de gingembre »

C : « Le choix comporte au moins un jus de gingembre »

a) Calcule la probabilité de A

b) Justifie que la probabilité de l'évènement B est $\frac{9}{22}$.

c) Calcule la probabilité de C.

EXERCICE 4 (7 points)

Soit la function f derivable sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ et définie par: $f(x) = -x + lnx$.
On désigne par (C) sa representation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique: OI = OJ = 2cm.

1. a) Calculer la limite de f en 0 puis donner une interpretation graphique du résultat.

b) Justifier que si $x \in]0\,;\,+\infty[, f(x) = x\left(-1 + \frac{lnx}{x}\right)$, puis en déduire la limite de $f\ en + \infty$.

2. a) Justifier que si $x \in]0\,;\,+\infty[, f'(x) = \frac{-x+1}{x}$

b) Etudier le sens de variation de f.

c) Dresser le tableau de Variation.

3. a) Réproduire puis completer le tableau suivant: (on donnera l'arrondi d'ordre 1 de $f(x)$)

x	0,5	1	2	3	4	5
$f(x)$						

EXERCICE 5 (4 points)

Une entreprise produit et commercialise des pièces destinées à l'industrie automobile. Pour des raisons matérielles, sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 30 pièces. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x pièces peut être modélisé sur l'intervalle [0 ; 30] par une fonction B définie par :

$$B(x) = -2x^2 + 60x - 400\,.$$

N'ayant pas de personnel qualifié mais désireux d'accroître son bénéfice, le directeur de l'entreprise désire déterminer le nombre de pièces à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. Le Directeur te sollicite.
À l'aide d'une production basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du Directeur.

CORRIGE ET BAREME
MATIERE : MATHEMATIQUES

CORRIGE	BAREME
EXERCICE N°1	
1- A	0, 5 pt
2- C	0, 5 pt
3- A	0, 5 pt
4- B	0, 5 pt
EXERCICE N°2	
1- F	0, 5 pt
2- V	0, 5 pt
3- F	0, 5 pt
4- V	0, 5 pt
EXERCICE N°3	
1- Nombre de résultats possibles: $C_{12}^3 = 220$	1 pt
2-a) Calculons P(A).	
$P(A) = \frac{C_6^3+C_4^3}{C_{12}^3} = \frac{24}{220} = \frac{6}{55}$	1 pt
2- b) Justifions que P(B)= $\frac{9}{22}$	
$P(B) = \frac{C_6^1 \times C_6^2}{C_{12}^3} = \frac{90}{220} = \frac{9}{22}$	1 pt
2- c) Calculons P(C)	
- Déterminons $P(\bar{C})$	
$P(\bar{C}) = \frac{C_6^3}{C_{12}^3} = \frac{20}{220} = \frac{2}{22} = \frac{1}{11}$	1 pt
On a: $P(C) + P(\bar{C}) = 1$ $P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$	1 pt
EXERCICE N°4	
1. a) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$	0, 25 pt
L'axe (OJ) est asymptote à (C)	0, 25 pt
1. b) $f(x) = x\left(-1 + \frac{lnx}{x}\right)$	0, 5 pt
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ avec justification correcte	0, 5 pt
2. a) $\forall x \in D_f, f'(x) = -1 + \frac{1}{x} = \frac{-x+1}{x}$	1 pt
b) $\forall x \in D_f, x > 0$ donc le signe depend de $-x + 1$	

$\forall x \in]0\,;1[, f'(x) > 0$ et $\forall x \in]1\,;+\infty[, f'(x) < 0$ → 0, 5 pt

- f est strictement croissante sur $]0\,;1[$
- f est strictement décroissante sur $]1\,;+\infty[$

→ 0, 5 pt

c) Tableau de variation

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$

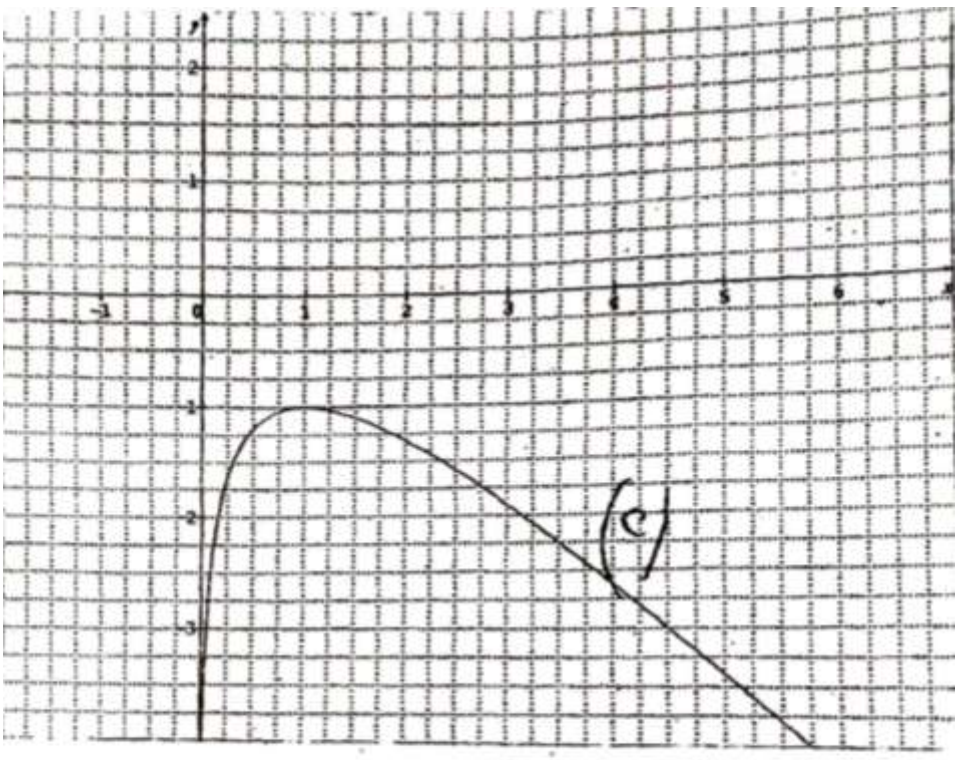
→ 1 pt

3. a) Tableau de valeurs

x	0, 5	1	2	3	4	5
$f'(x)$	-1,19	-1	-1, 3	-1, 9	-2, 6	-3, 39

1, 5 pt

b) Construction de (C) → 1 pt



EXERCICE N°5

Pour repondre à la preoccupation du directeur, je vais utiliser mes connaissances relatives au fontions polynomes et fonctions rationnelles. Pour cela :

- On étudie la fonction B sur [0 ; 30]
- On Calcule la derivée de la fonction B.
- On étudie le signe de B’*(x)*
- On dresse son tableau de variation.
- On doit determiner s’il existe l’abscisse du point où la fonction B atteint son maximum

4ind$\times$ $0,25pt$

- <u>Calculons la derivée de la fonction B</u>

$\forall x \in [0;30], B'(x) = -4x + 60$

0, 5 pt

- <u>Determinons le signe de la derivée</u>

On a : $B'(x) = -4x + 60$

Tableau de signe

x	0		15		30
$B'(x)$		$+$	0	$-$	

- <u>Etudions le sens de variation de B.</u>

$\forall x \in [0;15], B'(x) \geq 0$; donc B est croissante sur $[0;15]$
$\forall x \in [15;30], B'(x) \leq 0$; donc B est croissante sur $[15;30]$

0,5 pt

- <u>Dressons le tableau de variation</u>

x	0		15		30
$\mathrm{B}'(x)$		$+$	0	$-$	
$B(x)$	-400	$\nearrow$	50	$\searrow$	-1300

0,5 pt

- <u>Conclusion</u>

La fonction B atteint son maximum au point d’abscisse 15.

Pour réaliser un bénéfice maximal, l’entreprise doit produire 15 pièces.

0,5 pt