

DEVOIR DE NIVEAU
NIVEAU: TleA₂
Année-Scolaire : 2021/2022

MATHÉMATIQUES

Coefficient : 2
Durée : 2 heures
Enseignant : M. KABY

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-A**

N°	Affirmations	Réponses
1	Une équation de la tangente à (C_f) au point A d'abscisse α est	A $y = f'(\alpha)(x - \alpha) + f(\alpha)$
		B $y = f'(\alpha)(x - \alpha) + f(\alpha)$
		C $y = f'(\alpha)(x - \alpha) - f(\alpha)$
2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-4x^2}{2x^2+9}$ est égale à	A 0
		B $\frac{1}{2}$
		C -2
3	Le calcul de $5!$ est :	A $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
		B $5 \times 2 \times 3 \times 4 \times 1$
		C $5 \times 4 \times 2 \times 3 \times 1$
4	f est une fonction définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2\ln x - x$.	A $f'(x) = \frac{2}{x} - x$
		B $f'(x) = \frac{2}{x} - 1$
		C $f'(x) = \frac{1}{x} - 1$
5	Si $f(x) = \frac{x^2-3x}{x+1}$, alors	A $f'(x) = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$
		B $f'(x) = \frac{3x^2-4x-3}{(x+1)^2}$
		C $f'(x) = \frac{2x-3}{(x+1)^2}$

EXERCICE 2 (2 points)

Recopie le numéro de la question suivi de la mention Vrai si l'affirmation proposée est Vraie ou par Faux si l'affirmation proposée est Fausse. **Exemple : 5-Faux**

- L'ensemble de définition de la fonction : $x \mapsto \ln(x)$ est \mathbb{R} .
- Soit A et B deux évènements d'un même univers, on a:
 $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
- L'ensemble de définition de la fonction h définie par $h(x) = \ln\left(\frac{x-1}{2x-1}\right)$ est l'intervalle $\left] \frac{1}{2}; 1 \right[$.
- L'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse -1 est de la forme :
 $y - f(-1) = f'(-1)(x + 1)$

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER

EXERCICE 3 (3 points)

La glacière de Madame Kaby contient douze (12) jus de fruit indiscernables au toucher. Six (6) jus sont de gingembre, deux (2) sont de tamarin et quatre (4) de bissap. Le fils de Madame Kaby choisit au hasard et simultanément trois (3) jus dans la glacière.

1. Justifie que le fils de Madame Kaby a 220 résultats possibles à l'issue de son choix.
2. Soit les évènements suivants :

A « les trois jus choisis sont de même nature »

B : « Le choix comporte un seul jus de gingembre »

C : « Le choix comporte au moins un jus de gingembre »

a) Calcule la probabilité de A

b) Justifie que la probabilité de l'évènement B est $\frac{9}{22}$.

c) Calcule la probabilité de C.

EXERCICE 4 (7 points)

Soit la fonction f dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ et définie par: $f(x) = -x + \ln x$. On désigne par (C) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique: $OI = OJ = 2\text{cm}$.

1. a) Calculer la limite de f en 0 puis donner une interprétation graphique du résultat.
- b) Justifier que si $x \in]0 ; +\infty[$, $f(x) = x \left(-1 + \frac{\ln x}{x} \right)$, puis en déduire la limite de f en $+\infty$.
2. a) Justifier que si $x \in]0 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{-x+1}{x}$
- b) Etudier le sens de variation de f .
- c) Dresser le tableau de Variation.
3. a) Reproduire puis compléter le tableau suivant: (on donnera l'arrondi d'ordre 1 de $f(x)$)

x	0,5	1	2	3	4	5
$f(x)$						

EXERCICE 5 (4 points)

Une entreprise de fabrication de produits cosmétiques met sur le marché un nouveau défrisant.

Vu le capital pas encore fixe l'entreprise décide de plafonner sa production à 30 tonnes.

Le cout de production en milliers de francs est donné par la fonction $f(x) = x^3 - 30x^2 + 30x$.

A l'aide de tes connaissances sur l'étude des fonctions polynomes, determine le coût maximal de production en milliers de francs que cette entreprise dépensera.