ANNEE SCOLAIRE : 2021 – 2022 **Coefficient : 2**

NIVEAU : TleA$_2$ **Durée : 2 heures**

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Prof : M. KABY

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE N°1 (2 points)

Dans cet exercice aucune justification n'est demandée. Écris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de Vrai lorsque l'affirmation est vraie ou de Faux lorsque l'affirmation est fausse. **Exemple : 1- Vrai**

N°	AFFIRMATIONS
1	La limite d'une fonction rationnelle en $+\infty$ est la limite en $+\infty$ du quotient des termes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur.
2	(D) est une droite d'équation $y = ax + b\ (a \neq 0) et\ h$ est une fonction rationnelle. Si $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(h(x) - (ax + b)\right) = 0$ alors la droite (D) est asymptote oblique à la courbe représentative de $h\ en - \infty$
3	$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ alors la courbe (C) admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$.
4	Toutes fonctions polynôme est définie sur $]-\infty;\ +\infty[$
5	$\lim\limits_{x \to 2} f(x) = +\infty$ alors la courbe (C) admet une asymptote horizontale d'équation $y = 2$.

EXERCICE N°2 (2 points)

Dans cet exercice aucune justification n'est demandée. Pour chaque ligne du tableau ci-dessous trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est juste pour chaque énoncé. Écris sur ta copie le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse juste. **Exemple : 1-C**

		Réponses		
N°	Énoncés	**A**	**B**	**C**
1	$\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ >}} \frac{1}{x-2}$ est égale à *:*	$-\infty$	*0*	$+\infty$
2	Si $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = 2$ Alors $\lim\limits_{x \to -\infty} (f \times g)(x) = - - - -$	2	$-\infty$	$+\infty$
3	$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-2x^2 - x - 1}{x^2 + 1}$	-2	$+\infty$	$-\infty$
4	$\lim\limits_{x \to +\infty} (2x^2 - 7x + 6)$ *est égale à :*	$-\infty$	$+\infty$	*6*
5	Soit P le polynôme du second degré défini par : $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ et son discriminant est égal à	$\Delta = b - 4ac$	$\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta = b^2 + 4ac$

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

EXERCICE N°3 **(5 points)**

1) Calcul les limites suivantes

a) $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^2 + 2x - 3)$ b) $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^2 + 3x)$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x^2+3x-1}{3x^2+3x+2}$ d) $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} \frac{x+2}{x-3}$

2) Donne l'interprétation graphique des limites suivantes.

$a)$ $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ >}} \frac{2x-1}{x+2}$; $b)$ $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{3x}{2x+2}$; $c)$ $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ <}} \frac{x+2}{x-3}$

EXERCICE N°4 **(7 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est égale à 1 cm.
On donne la fonction f définie sur $]1;\ +\infty[$ par: $f(x) = \frac{x^2-x-6}{x-1}$.
On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J).

1. a) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
   b) Calcule $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)$. Interprété graphiquement le résultat obtenu.
2. On suppose que f est dérivable sur l'intervalle $]1;\ +\infty[$.
   a) Démontre que pour tout élément x de l'intervalle $]1;\ +\infty[$, $f'(x) = \frac{x^2-2x+7}{(x-1)^2}$.
   b) Justifie que pour tout élément x de l'intervalle $]1;\ +\infty[, f'(x) > 0$.
   c) Déduis-en le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.
3. a) Justifie que tout élément x de l'intervalle $]1;\ +\infty[, f(x) = x - \frac{6}{x-1}$.
   b) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est une asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.
   c) Justifie que la courbe (C) est en dessous de la droite (Δ) sur $]1;\ +\infty[$.
4. a) Calcule $f(3)$.
   b) Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 3.
   c) Représente dans le repère (O, I, J) la droite(Δ), la tangente (T) et la courbe (C).

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.

EXERCICE N°5 **(5 points)**

Une entreprise fabrique et vend des téléphones portables. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 portables. On suppose que toute la production est vendue. Le coût de production en milliers de francs de x portables est donné par :
$C(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$. La recette de la vente de x téléphones portables est donné par : $R(x) = 480x - 20x^2$.

L'entreprise veut réaliser un bénéfice maximal. En tant que stagiaire dans cette entreprise, le Directeur te demande de déterminer de téléphones portables à produire par jour pour que le bénéfice soit maximal. En utilisant tes connaissances sur l'étude des fonctions polynômes proposent une solution au Directeur.

JE SUIS JEUNE, JE VEUX ET JE PEUX REUSSIR, JE REFUSE DONC DE TRICHER.