COLLEGE ANADOR YOPOUGON
TEL : 01 02 09 67 06

Année scolaire : 2023 - 2024
Niveau : TD

SEMINAIRE D'ANADOR POUR LA PREPARATION DU BAC : SUJET N°1

EXERCICE 1

Sur ta feuille de copie, écris le numéro le numéro de chaque proposition suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1	Pour tout nombre reels α positif, $e^{\ln(\alpha)} = \alpha$.
2	La valeur moyenne d'une fonction continue f sur l'intervalle $[a;b]$ est $\frac{1}{a-b}\int_a^b f(x)dx$.
3	Le coefficient de correlation linéaire est l'étude qui mesure l'intensité de la liaison entre les deux caractères.
4	toute fonction u dérivable et strictement positive sur un intervalle K ,$ln°u$ est derivable sur K a :$(ln°u)' = \frac{1}{u}$

EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessus, les informations des colonnes A, B , C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie. Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	PROPOSITIONS INCOMPLETES	REPONSES PROPOSEES	
1	L'homothétie h de rapport 2 et de centre Ω d'affixe $3 - i$ est:	**A**	$z' = 2z - 3 + i$
		B	$z' = 2z + 3 + i$
		C	$z' = 2z - 3 - i$
		D	$z' = -2z - 3 - i$
+2	Soit h la fonction définie sur $[0;\ +\infty[$ par: $h(x) = \frac{2}{3}x^2 - \frac{7}{\sqrt{x}}$. Une primitive H de h sur $]0;\ +\infty[$ est:	**A**	$H(x) = \frac{1}{3}x - 7\sqrt{x} + C$
		B	$H(x) = \frac{4}{3}x^2 - 10\sqrt{x} + C$
		C	$H(x) = \frac{2}{9}x^3 - 14\sqrt{x} + C$
		D	$H(x) = \frac{3}{4}x^3 - 7\sqrt{x} + C$
3	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{5}\right\}$ $par: f(x) = \frac{-3}{(5x+1)^7}$. On a:	**A**	$f'(x) = \frac{105}{(5x+1)^8}$
		B	$f'(x) = \frac{30}{(5x+1)^7}$
		C	$f'(x) = \frac{8x-3}{(5x+1)^6}$
		D	$f'(x) = \frac{105}{(5x+1)^7}$
4	La function $f: x \mapsto \sin(3x)$ est la solution de l'équation différentielle……….	**A**	$y'' + 9y = 0$
		B	$y'' = -9\sin(3x)$
		C	$y'' - 9y = 0$
		D	$-y'' + 9y = 0$

EXERCICE 3

On test un médicament sur un ensemble d'individus ayant un taux de glycémie anormalement élevé.
Pour cela, 60% des individus prennent le médicament, les autres recevant une substance neutre et l'on étudie à l'aide d'un test la baisse du taux de glycémie.

- Chez les individus ayant pris le médicament, on constate une baisse de ce taux avec une probabilité de 0,8.
- On constate aucune baisse de ce taux pour 90% des personnes ayant reçu la substance neutre.

On note : M l'évènement « l'individu prend le médicament » et
B l'évènement « il y a une baisse du taux de glycémie ».

1- a) Fais un arbre de probabilité.
b) Donne la probabilité d'avoir une baisse du taux de glycémie sachant qu'on a pris le médicament.
c) Calcule la probabilité que l'individu ait prit le médicament et il y a une baisse du taux de glycémie.

2 - Démontre que la probabilité d'avoir une baisse du taux de glycémie est 0,52.

3 – On soumet au test un individu pris au hasard.
Calcule la probabilité qu'il ait pris le médicament sachant que l'on constate une baisse de son taux de glycémie.

4 – On contrôle cinq individus au hasard.
a) Calcule la probabilité d'avoir exactement deux personnes dont le taux de glycémie a baissé.
b) Calcule la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a baissé.

1- On contrôle n individus pris au hasard.$(n \in \mathbb{N}^*)$
a) Démontre que la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a baissé est $P_n = 1 - (0{,}48)^n$.
b) Détermine la valeur minimale de n pour que l'on ait $P_n \geq 0{,}98$.

EXERCICE 4

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$

$$u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+2u_n}$$

1- a) Calcule u_1 et u_2.
b) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 < u_n$.

2- On admet que : $\forall n \in \mathbb{N};\ u_n < 1$.
a) Démontre que (u_n) est croissante.
b) Démontre que (u_n) est convergente.

3- Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par: $v_n = \frac{u_n}{1-u_n}$.
a) Démontre que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 3.
b) Exprime pour tout entier naturel n, (v_n) en fonction de n.
c) En déduis que pour tout entier naturel $n, u_n = \frac{3^n}{3^n+1}$.
b) Détermine la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 5

On considère le plan muni d'un repère orthonormé (O ;I ;J). Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2}{2}\left(lnx - \frac{3}{2}\right), si\ x > 0.$$
$$f(0) = 0$$

On définit par (C_f) la courbe representative de f dans la repère donné.

1- a) Justifie que f est dérivable en 0.
b) Détermine l'équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 0.

2- Calcule $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donne une interprétation graphique des résultats.

3-a) Démontre que :$\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = x(-1 + lnx)$.
b) Justifie que f est strictement décroissante sur $[e; +\infty[$.
c) Dresse le tableau de variation de f sur $[0; +\infty[$.

d) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[e;\ +\infty[$ et vérifie que :$4{,}48 < \alpha < 4{,}49$.

4- Trace la courbe représentative de f sur $[0; +\infty[$. On prendra $\alpha = 4{,}5$.

EXERCICE 6

Un jeu concours de mathématiques réunit chaque année les meilleurs élèves des classes de terminale C et D des collèges ANADOR Yopougon et Abobo. Voici une question posée à l'édition 2024 de ce concours :
« Le plan est rapporté à un repère orthonormé ditecrt (O ; $\vec{u}; \vec{v}$). Détermine l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie la relation arg $\left(\frac{z-2i}{z-1+i}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ »
A l'issue de ce concours, deux de tes amis, Lian et Nura ont proposé deux réponses différentes à cette question. Lian affirme qu'il s'agit d'une droite, Nura affirme que c'est un cercle.
Etant l'un des meilleurs élèves de la terminale D, il te sollicite.
Départage-les en caractérisant cet ensemble grâce à une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques.

SEMINAIRE D'ANADOR POUR LA PREPARATION DU BAC : SUJET N°2

EXERCICE 1

Sur ta feuille de copie, écris le numéro le numéro de chaque proposition suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1	La fonction logarithme népérien définie par : $x \mapsto \ln x$ admet une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$.
2	Soit $f$une bijection d'un intervalle K sur f(K) et $a \in f$(K) d'image β par f. Si f est dérivable en a et $f'(\beta) \neq 0$, alors f^{-1} est dérivable en a et on a : $(f^{-1})'(a) = \frac{1}{f'(\beta)}$.
3	Les solutions de l'équation différentielle $y'' - a^2y = 0$ ($a \in \mathbb{R}$) sont les fonctions de la forme : $x \mapsto Acos(ax) + Bsin(ax)$ ($A \in \mathbb{R}, B \in \mathbb{R}$).
4	Toute suite géométrique (v_n) de raison q et de premier terme v_0 non nuls converge vers v_0 si $q \in]-1; 1[$

EXERCICE 2 :

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessus, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie. Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	PROPOSITIONS INCOMPLETES	REPONSES PROPOSEES	
1	Soient f et g deux fonctions numériques. a, b et ℓ des éléments de $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$. Si $\lim\limits_{x\to a} f(x)=b$ et $\lim\limits_{x\to b} g(x)=\ell$, alors on a : …………….	**A**	$\lim\limits_{x\to b}[gof(x)]=\ell$
		B	$\lim\limits_{x\to b}[gof(x)]=a$
		C	$\lim\limits_{x\to a}[gof(x)]=b$
		D	$\lim\limits_{x\to a}[gof(x)]=\ell$
2	Une série statistique double (U,T) est telle que Cov(U,T) = 120 ; V(U)= 109 et V(T) = 225. Le coefficient de corrélation linéaire de cette série statistique double est: …………………………………	**A**	$r = 0{,}663$
		B	$r = 0{,}766$
		C	$r = 0{,}484$
		D	$r = 0{,}508$
3	Le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A et Ω d'affixes respectives : $a = 4 + 5i$ et $w = -3 + 2i$.	**A**	$z' = -iz - 5 - i$
		B	$z' = iz + 5 + 4i$
		C	$z' = -iz + 4 - 5i$
		D	$z' = iz - 5 - i$

	La rotation r de centre Ω et de rapport -2 a pour écriture complexe: …………………………..		
4	Soit f une fonction continue sur un intervalle K, a et b deux éléments de K et M un nombre réel. Si pour tout $x \in$ K, $\lvert f(x)\rvert \leq M$, alors on a : …………	**A**	$\left\lvert\int_a^b f(x)dx\right\rvert > M(a-b)$
		B	$\left\lvert\int_a^b f(x)dx\right\rvert \leq M(b-a)$
		C	$\left\lvert\int_a^b f(x)dx\right\rvert > M(b-a)$
		D	$\left\lvert\int_a^b f(x)dx\right\rvert \geq M(a-b)$

<u>EXERCICE</u> 3 :

Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \cos(x)\cos(2x)$ et $g(x) = \sin(x)\sin(2x)$

1) a- Vérifie que : $f(x) - g(x) = \cos[u(x)]$ où u est une fonction à préciser.
   b- Déduis-en une primitive sur $\mathbb{R}$ de $f - g$.
2) Détermine une primitive sur $\mathbb{R}$ de $f + g$.
3) Déduis-en les primitives sur $\mathbb{R}$ des fonctions f et g.

<u>EXERCICE</u> 4 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O\,; \vec{u}, \vec{v})$.

A, B et C sont les points d'affixes respectives : $z_{\text{A}} = -1 + 3i$, $z_{\text{B}} = -2$ et $z_{\text{C}} = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$

Soit f l'application du plan privé de A dans le plan qui, à tout M d'affixe z distinct de z_{A}, associe le point M' d'affixe z' définie par : $z' = \frac{z+2}{z+1-3i}$.

1) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 3iz - 2 = 0$.
2) Détermine les affixes des points invariants par f.
3) Détermine l'ensemble des points M tels que M' appartienne au cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 1.
4) a- En posant $z = x + iy$, détermine $\mathcal{I}\text{m}(z')$ en fonction de x et y.
   b- Déduis-en l'ensemble des points M tels que M' appartienne à l'axe des abscisses.
5) a- Démontre que pour tout $z \neq -1 + 3i$, on a :
   $$\frac{z+2}{z+1-3i} = -\frac{\bar{z}+2}{\bar{z}+1+3i} \Leftrightarrow (z - z_C)(\overline{z - z_C}) = \frac{5}{2}.$$
   b- Déduis-en l'ensemble des points M tels que M' ait une affixe imaginaire pure.

<u>EXERCICE</u> 5

A- Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $f(x) = xe^{-2x} + e^{-2x} + 1 - x$.

(C) est la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal.

1) a- Calcule la fonction dérivée de f.
   b- Etudie les variations de f sur $[0; +\infty[$ puis dresse son tableau de variation.
2) Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = 1 - x$ est asymptote oblique à (C) en $+\infty$.
3) a- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $[0; +\infty[$ une unique solution α.
   b- Justifie l'encadrement : $1 \leq \alpha \leq 2$.
4) Construis (C) et (D) sur un même graphique.

B- Soit la fonction g définie sur l'intervalle $J = [1; +\infty[$ par : $g(x) = xe^{-2x} + e^{-2x} + 1$.

1) a- Etudie les variations de g sur J.
   b- Déduis-en que pour tout réel $x \in J$, $g(x) \in J$.
2) a- Démontre que pour tout réel $x \in J$, $\lvert g'(x)\rvert \leq \frac{3}{e^2}$.
   b- En déduis que pour tout réel $x \in J$, $\lvert g(x) - \alpha\rvert \leq \frac{3}{e^2}\lvert x - \alpha\rvert$.

<u>EXERCICE</u> 6 :

A la recherche de ressources financières pour réaliser leurs activités, une association de femmes rurales envisage organiser un jeu. Le comité technique d'organisation du jeu décide les modalités suivantes :

- Le jeu consistera à tirer au hasard une boule d'une urne contenant des boules rouges, des boules blanches et des boules vertes.
- Si la boule tirée est rouge, le joueur gagne 3200 F ; si elle est blanche, il perd 2400 F ; si elle est verte, il effectue un second tirage avec remise de la première. Si la seconde boule tirée est rouge, il gagne 1600 F ; si elle est blanche, il perd 600 F et si elle est verte, il perd 500 F.

- L'urne contiendra 3 boules rouges et 4 boules blanches ;
- Cependant, pour le nombre de boules vertes, le comité technique voudrait connaître le nombre minimal de boules vertes à introduire dans l'urne pour espérer obtenir un jeu qui lui soit favorable.

N'ayant pas des compétences nécessaires pour effectuer ces types de calculs, il te sollicite.
A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, propose à ce comité une solution.

SEMINAIRE D'ANADOR POUR LA PREPARATION DU BAC : SUJET N°3

EXERCICE 1

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie et de FAUX si l'affirmation est fausse.

N^0	AFFIRMATIONS
1	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par: $5x^2 - x + 7$ est la fonction F définie par: $x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 7x - 2$.
2	Toute similitude directe de rapport 1 est soit une rotation, soit une translation.
3	La fonction de repartition d'une variable aléatoire est une application de $\mathbb{R}\ vers\ \mathbb{R}$.
4	On considère trois suites $(u_n), (v_n)\ et\ (w_n)$ qui vérifient la propriété suivante: pour tout entire naturel strictement positif, $u_n \leq v_n \leq w_n$. Si pour tout $n > 0$, $u_n = \frac{2n^2-1}{n^2}\ et\ w_n = \frac{2n^2+3}{n^2}, alors \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 2$.

EXERCICE 2

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque proposition suivie de la lettre correspondante à la bonne réponse choisie.

N°	AFFIRMATIONS	REPONSES PROPOSEES	
1	Le nombre complexe, $z = -\sqrt{3} + i\sqrt{3}$ a pour argument:	A	$\frac{3\pi}{4}$
		B	$-\frac{\pi}{4}$
		C	$-\frac{3\pi}{4}$
2	La fonction f définie par: $f(x) = \ln(2-x)$ a pour dérivée:	A	$f'(x) = \frac{2}{2-x}$
		B	$f'(x) = \frac{1}{2-x}$
		C	$f'(x) = \frac{-1}{2-x}$
3	Une solution de l'équation: $2e^{2x} - 5e^x - 3 = 0$ est:	A	$\ln(5)$
		B	$\ln(3)$
		C	3
4	La fonction f étant une bijection de $]0; +\infty[\ sur\ \mathbb{R}\ et\ f^{-1}$ sa bijection réciproque. Si f est derivable sur $]0;+\infty[, f(2) = \frac{1}{2}\ et\ f'(2) = 0$, alors:	A	f^{-1} n'est pas dérivale en $\frac{1}{2}$.
		B	$(f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right) = 2.$
		C	$(f^{-1})'\left(\frac{1}{2}\right) = 0.$

EXERCICE 3

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $h(x) = x|x^2 - 1|$.

1- Ecris h sans le symbole de valeur absolue.
2- Etudie la dérivabilité de h en -1.
3- On considère g la restriction de h à $[0; 1]$.
   a- Justifie que : $\forall x \in [0; 1], -2 \leq g'(t) \leq 1$.
   b- En utilisant l'inégalité des accroissements finis, démontre que :$\forall x \in [0; 1], -2x \leq g(x) \leq x$.

EXERCICE 4

Pour étudier l'évolution du nombre de bacheliers accédant aux études supérieurs, le Ministre du plan d'un pays a diligenté une enquête depuis l'an 2003.
Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Années	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rangs X de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre Y de diplômés (en milliers)	25	27	30	33	34	35	38	41	43

1- Représente le nuage de points associé à cette série statistique double de caractère (X ; Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J). (Unité graphique : 1cm).
   On prendra pour origine du graphique le point$\begin{pmatrix} 0 \\ 24 \end{pmatrix}$.
2- Détermine les coordonnées du point moyen G de la série statistique (X ; Y).
3- a) Justifie que : la variance de X est $\frac{20}{3}$.
   b) Justifie que : la covariance de X et Y est $\frac{44}{3}$.
4- a) Sachant que la variance de Y est $\frac{98}{3}$, détermine la valeur du coefficient de corrélation linéaire.
   b) Justifie que ce résultat permet d'envisager un ajustement linéaire.
5- Soit (D) la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindre carrés.
   a) Détermine une équation de la droite (D).
   b) Trace la droite (D).
6- On suppose que l'évolution se poursuit de la même manière au cours des années suivantes. Donne une estimation du nombre de bacheliers aux études supérieures en 2020.

EXERCICE 5

Le plan est rapporte au repere orthonormé (O, I, J). Unité graphique : 2cm.
Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x\sqrt{x+1}$.
On note (C) la courbe représentative de f.

1- Détermine l'ensemble de définition de f.
2- Etudie la dérivabilité de f $en - 1$ puis interprète graphiquement le résultat.
3- Calcule la limite de f $en + \infty$.
4- On admet que f est dérivable sur$]-1; +\infty[$.
   a) Justifie que : $\forall x \in]-1; +\infty[, f'(x) = \frac{3x+2}{2\sqrt{x+1}}$.
   b) Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation.
5- Soit h la restriction de f sur $[-\frac{2}{3}; +\infty[$.
   a) Justifie que h est une bijection de $[-\frac{2}{3}; +\infty[$ sur un intervalle K à déterminer.
   b) Soit h^{-1} la bijection réciproque de h.
      Etudie le sens de variation de h^{-1} puis dresse son tableau de variation.
   c) Calcule $h(3)$.
   d) Démontre que h^{-1} est dérivable en 6 et cacule $(h^{-1})'(6)$.

EXERCICE 6

Une maladie contagieuse s´est développée dans la ville de YOPOUGON en début de l'année 2024.
Les responsables du district sanitaire de la ville de YOPOUGON ont mené des études sur la maladie.
Il a été constaté que le nombre de personnes atteintes par cette maladie x jours après l'apparition de celle-ci, est défini par la fonction f telle que : $f(x) = x^2 e^{\frac{x}{30}}$ où $0 \leq x \leq 30$.
Pour étudier l'impact de la maladie sur les populations et apporter des réponses adéquates en vue de l'éradiquer, ils ont besoin de connaitre le nombre moyen μ_p de personnes contaminées sur les 30 premiers jours.
Etant informé de ces études menées par le district sanitaire, utilise tes connaissances mathématiques au programme de terminale D calcule le nombre μ_p.

SEMINAIRE D'ANADOR POUR LA PREPARATION DU BAC : SUJET N°4

EXERCICE 1

Sur ta feuille de copie, écris le numéro le numéro de chaque proposition suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1	Soient f et g deux fonctions numériques tels que fog est définie sur un intervalle ouvert K, $x_0 \in K$. Si f est dérivable en x_0 et g est dérivable en f(x_0) alors la fonction fog est dérivable en x_0 et $(fog)'(x_0) = g'(x_0) \times f'[g(x_0)]$
2	La solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' + ay = 0$ sont les fonctions de la forme ke^{-mx} $avec\ k \in \mathbb{R}\ et\ m \in \mathbb{R}$
3	Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I, alors la fonction e^u est dérivable sur I et $(e^u)' = u'e^u$
4	Soit f une fonction numérique et (Cf) sa représentation graphique dans le repère (O, I,J). On dit que (Cf) admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction (OJ) si $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \pm\infty\ et\ \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

EXERCICE 2

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque proposition suivie de la lettre correspondante à la bonne réponse choisie.

N°	PROPOSITIONS	REPONSES PROPOSEES	
1	soit f la fonction définie par $f(x) = 3x^2 + 3\ sur\ \mathbb{R}$, $\int_0^1 f(x)dx =$	A	-4
		B	0
		C	4
2	Soient A,B,C,D et M des points du plan complexe d'affixes respectives ZA,ZB,ZC,ZD et ZM. Si $\lvert Z_A - Z_M\rvert = \lvert Z_B - Z_M\rvert = \lvert Z_C - Z_M\rvert = \lvert Z_D - Z_M\rvert\ alors$	A	Les points A,B,C,D et M appartiennent a une même droite
		B	Les points A,B,C,D et M appartiennent au cercle C(M,AM)
		C	Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en M
3	Une primitive de la fonction $f(x) = -\frac{4}{3+4x}$ est $F(x) =$	A	$-\ln(3 + 4x)$
		B	$\ln(3 + 4x)$
		C	$-\ln\lvert 3 + 4x\rvert$

4	Dans un supermarché, 75% des clients sont des femmes. Une femme sur cinq achète un article au rayon vêtements, alors que sept hommes sur dix le font. On choisit au hasard une personne dans le supermarché. la probabilité que cette personne achète un article au rayon vêtement sachant que c'est une femme est:	**A**	0,2
		B	0,8
		C	0,15

EXERCICE 3

Le collège Anador de Yopougon a eu comme effectif 3000 élèves à la en début d'année 2010. Le directeur du collège voulant prévoir le nombre de classe les années à venir effectue une étude qui lui montre que son effectif augmentera de 6% chaque année. On note pour tout nombre entier n, Fn le nombre d'élève présent pour l'année 2010+n.

On a $F_0 = 3000$

1) Justifie que le nombre d'élève en 2011 est de 3180
2) Démontre que (Fn) est une suite géométrique de raison 1,06
3) a) Montre que $F_n = 3000 \times 1{,}06^n$
   b) Calcule le nombre d'élèves inscrit a la rentrée 2024
4) Détermine l'année à partir de laquelle le nombre d'élève sera supérieur à 10000

EXERCICE 4

On considère le polynôme P défini par $P(z) = z^4 - 6z^3 + 24z^2 - 18z + 63$

1) a) Calcule $P(i\sqrt{3})$ et $P(-i\sqrt{3})$
   b) Montre qu'il existe un polynôme Q du second degré à coefficient réels que l'on déterminera, tel que pour tout $z \in \mathbb{C}$, on ait $P(z) = (z^2 + 3)Q(z)$
2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$
3) a) Place dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ les points d'abscisses respectifs $z_A = i\sqrt{3}$, $z_B = -i\sqrt{3}$, $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ et $z_D = \overline{z_C}$
   b) Justifie que les points A, B, C et D sont cocycliques
4) On note E le symétrique de D par rapport à O.
   a) Détermine z_E
   b) Montre que $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_C} = e^{-\frac{i\pi}{3}}$
   c) Détermine la nature du triangle BEC .

EXERCICE 5

Partie A

Soit g la fonction numérique dérivable et définit sur]0 ; +∞[par $g(x) = -\frac{2x+1}{x^2} + \ln(x)$

1) Calcule
   a) $\lim_{x \to +\infty} g(x)$
   b) $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$
2) a) Démontre que $\forall x \in]0; +\infty[, g'(x) = \frac{x^2+2x+2}{x^3}$
   b) En déduire le sens de variation de g
   c) Dresse le tableau de variation de g
3) a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique sur $]0; +\infty[$
   c) Justifie que $2{,}55 < \alpha < 2{,}56$
4) Détermine le signe de g

Partie B

On considère la fonction f dérivable et définit sur]0 ; +∞[par $f(x) = \left(\frac{1}{x} - \ln x\right) e^{-x}$

1) a) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et donne une interprétation graphique du résultat si possible
   b) Calcule $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ et donne une interprétation graphique du résultat si possible
2) Démontre que $f(\alpha) = \left(\frac{1+\alpha}{\alpha^2}\right) e^{-\alpha}$
3) a) Démontre que pour tout nombre réel strictement positif x, $e^{-x} g(x)$
   b) A l'aide de la partie A, détermine les variations de f
   c) Dresse le tableau de variation de f
4) Démontre qu'une équation de la tangente (T) à (C) en 1 est : $y = \frac{1}{e}(-3x + 4)$
5) Construis (T) et (C) dans le plan muni d'un repère (O,I,J) on prendra $\alpha = 2{,}6$
6) Soit la fonction h dérivable et définit sur]0 ; +∞[par $h(x) = e^{-x} \ln x$
   a) Démontre que h est une primitive de f
   b) Détermine l'aire A en cm^2 de la partie du plan comprise entre (C), (OI) et les droites d'équations $x = 3$ et $x = 5$.

<u>EXERCICE 6</u>

Pour étudier le nombre de bachelier accédant aux études supérieures, le ministre du Plan et du Développement a diligenté une enquête depuis l'an 2003. Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau suivant :

Années	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang X de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre Y de diplômés en milliers	25	27	30	33	34	35	38	41	43

Apres analyse il souhaite déterminer le rang et l'année a partir de laquelle le nombre de bacheliers sera supérieur ou égale 100 000. A l'aide de tes connaissances mathématiques aide le Ministre à répondre à ses préoccupations.

COLLEGE ANADOR YOPOUGON
TEL : 01 02 09 67 06

Année scolaire : 2023 - 2024
Niveau : TD

SEMINAIRE D'ANADOR POUR LA PREPARATION DU BAC : SUJET N°5

<u>EXERCICE 1</u>

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie et de FAUX si l'affirmation est fausse.

N^0	AFFIRMATIONS
1	Toute suite croissante et non majorée est convergente.

2	U est une fonction derivable et strictement positive sur un intervalle K, une primitive sur K de $U'U^r$ (avec $r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$) est $\frac{U^{r+1}}{r+1}$.	
3	Une correlation parfait entre deux caractères d'une séeie statistique double traduit par un coefficient de correlation r est tel que: $r < 0{,}87$.	
4	La fonction exponentielle népérienne est une fonction strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.	

EXERCICE 2

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque proposition suivie de la lettre correspondante à la bonne réponse choisie.

N°	AFFIRMATIONS	REPONSES PROPOSEES	
1	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on donne $z_E = -2 + i$ et $z_F = 4$. L'ensemble des points M d'affixe z tel que: $\|z + 2 - i\| = \|z - 4\|$ est:	A	La médiatrice du segment [EF]
		B	Le cercle de diameter [EF]
		C	Le cercle de centre F et de rayon 4.
2	L'écriture complexe de la similitude directe de centre Ω d'affixe $2 + 3i$, de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$ est:	A	$z' = (1 + i)z - 3 - 2i.$
		B	$z' = (1 + i)z + 3 + 2i.$
		C	$z' = (1 + i)z + 3 - 2i.$
3	Si f est une fonction telle que: $\forall x \in]2; +\infty[;$ $\|f(x) - 1\| \leq \frac{3}{\sqrt{x-2}}$, alors:	A	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$
		B	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$
		C	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$
4	On pose: $I = \int_1^e f(x)dx$. On a alors:	A	$I = \dfrac{e^2 + 1}{4}$
		B	$I = e$
		C	$I = \dfrac{e^2 - 1}{4}$

EXERCICE 3

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = \frac{9}{2}e^{-2x} - 3e^{-3x}$.

Soit l'équation différentielle (E): $y' + 2y = 3e^{-3x}$.

1- Résous l'équation différentielle (E'): $y' + 2y = 0$.
2- En déduire que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \frac{9}{2}e^{-3x}$ est solution de (E').
3- Vérifie que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -3e^{-3x}$ est solution de (E).
4- En remarquant que $f = g + h$, montre que f est une solution de (E).

EXERCICE 4

Une cible circulaire est composée de 4 zones concentriques numérotés 1 ; 2 ; 3 ; 4 partant de l'extérieur (zones 4 = zone centrale).

- La zone 1 permet de gagner 1 point.
- La zone 2 permet de gagner 3 points.
- La zone 3 permet de gagner 5 points.
- La zone 4 permet de gagner 10 points.

On admet qu'un tireur atteint toujours la cible. Les probabilités d'atteindre les zones 1 ; 2 ; 3 sont respectivement de $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$.

1- Calcule la probabilité d'atteindre la zone 4.

2- Un tireur tire deux fois de suite. Soit X la variable aléatoire égale à la somme des points obtenus au cours des deux tirs.
   a- Etablis la loi de probabilité de X.
   b- Calcule l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X et sa variance V(X).

3- Quelle est la probabilité pour un tireur qui effectue trois tirs successifs d'obtenir au moins 4 points ?

EXERCICE 5

PARTIE A

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = -1 + xe^{x}$.

1- Calcule les limites de $g\ en\ 0\ et\ en + \infty$.

2- a. Démontre que : $\forall x \in]0;+\infty[, g'(x) = (1+x)e^{x}$.
   b. Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.

3- a. Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que : $0{,}5 < \alpha < 0{,}6$.
   b. Déduis-en que : $\forall x \in]0;\alpha[, g(x) < 0\ et\ \forall x \in]\alpha;+\infty[, g(x) > 0$.

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = e^{x} - lnx - 2$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ;I ;J). Unités graphique : 4cm.

1- Calcule la limite de f en 0 et en $+\infty$.

2- a. Justifie que : $\forall x \in]0;+\infty[; f'(x) = \frac{g(x)}{x}$.
   b. Etudie le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.

3- Démontre que : $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$.

4- Trace (C), on prendra $\alpha = 0{,}55$.

5- Démontre que la fonction F définie sur $]0;+\infty[\ par: F(x) = e^{x} - xlnx - x$ est une primitive de f.

EXERCICE 6

Le bassin d'une piscine municipale a une capacité de 600000 L d'eau. Afin de respecter les normes d'hygiène et de sécurité, 30000 L d'eau de la piscine sont renouvelées chaque heure et le taux de chlore maximum autorisé est de 0,25 mg/L. Un soir, après la fermeture de la piscine, alors que le taux de chlore est indétectable, 1kg de chlore est déversé par erreur dans le bassin à 20 h. Le Directeur de la piscine souhaiterait savoir quand il pourra ouvrir à nouveau la piscine au public. On modélise la concentration massique du chlore présent dans la piscine par une fonction$f$.
t désigne le temps écoulé depuis l'accident, exprimé en heures, $f(t)$ représente la concentration massique du chlore présent dans la piscine en mg/L. On admet que la fonction f est solution de l'équation différentielle $(E): y' + 0{,}05y = 0\ où\ y$ est une fonction de la variable t.

En te basant sur tes connaissances mathématiques, détermine le temps où la piscine sera ouverte au public.

COLLEGE ANADOR YOPOUGON
TEL : 01 02 09 67 06

Année scolaire : 2023 - 2024
Niveau : TD

SEMINAIRE D'ANADOR POUR LA PREPARATION DU BAC : SUJET N°6

EXERCICE 1

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie et de FAUX si l'affirmation est fausse.

N^0	AFFIRMATIONS
1	Lors d'une expérience aléatoire, on dit qu'il y a équiprobabilité lorsque tous les évènements élémentaires ont la même probabilité d'être réalisé.
2	Soit S une similitude directe d'écriture complexe $z' = az + b$, $a \in \mathbb{C}* \; et \; b \in \mathbb{C}$. Si $a = 1$ alors S est la translation de vecteur d'affixe b
3	Si la fonction u est nulle et derivable sur I, la function $x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)^5}$ a pour primitive sur I la function $x \mapsto \frac{1}{4U(x)^4}$
4	S'il existe un nombre reel l, une fonction g et un intervalle $]0;\ +\infty[$ tels que: $\forall x \in]0;\ +\infty[, \lvert f(x) - l \rvert \leq g(x)\ et\ \lim\limits_{x \mapsto +\infty} g(x) = 0\ alors\ \lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x) = 0.$

EXERCICE 2

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque proposition suivie de la lettre correspondante à la bonne réponse choisie.

N°	AFFIRMATIONS	REPONSES PROPOSEES	
1	Soit f une fonction définie par $\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ $sur\ ]0;+\infty[$, $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) =$	A	0
		B	$-\frac{1}{2}$
		C	$\frac{1}{2}$
2	Soit a un nombre réel strictement positif, $\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[4]{a} =$	A	a^6
		B	$a^{\frac{1}{6}}$
		C	$a^{\frac{1}{12}}$
3	la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale donnée y' + √2 y = 0 et la courbe représentative de y dans un repère orthonormé admet au point d'abscisse 0 une tangente de coefficient directeur 1 est $f(x)$	A	$3e^{4x}$
		B	$\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-x\sqrt{2}}$
		C	$-\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-x\sqrt{2}}$
4	Un jeu consiste à faire tourner une roue autour de son axe, roue sur laquelle on a marqué un secteur angulaire de 50°. On déclare qu'il y a succès si la roue s'arrête de telle sorte que la flèche (fixe) soit en face du secteur angulaire de 50°, sinon il y a échec. On lance la roue 7 fois. La probabilité de l'événements suivant « Obtenir au moins un succès » est :	A	0,65
		B	0,56
		C	0,15

EXERCICE 3

On pose $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3(2x)dx$

1) Linéarise $\sin^3(2x)$

2) Calcule I

EXERCICE 4

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points B et C d'abscisses respectives $3-2i$ et $5+i$. On désigne par s la similitude directe de centre O qui transforme C en B

1. a) Démontre que l'écriture complexe de s est : $z'=\frac{1}{2}(1-i)z$
   b) Détermine les éléments caractéristiques de s.
   c) Détermine l'affixe du points D qui a pour image le point C par f
2. a) Justifie que l'affixe z_1 du point B_1 image de B par s est : $\frac{1}{2}(1-5i)$
   b) Montre que le triangle OBB_1est isocèle rectangle en B_1

3. On définit les points suivants $B_0=B\ et\ \forall n\in\mathbb{N}, B_{n+1}=s(B_n)$. On note z_n l'affixe de B_n
   a) Démontre par récurrence que : $\forall n\in\mathbb{N}, z_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n(1-i)^n z_0$
   b) Calcule la distance OB_n en fonction de n
   c) Détermine $\lim\limits_{n\to+\infty} OB_n$

EXERCICE 5

Partie A

Soit g la fonction numérique dérivable et définit sur]0 ; +∞[par $g(x)=-\frac{2x+1}{x^2}+\ln(x)$

1- Calcule :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

b) $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} g(x)$

2- a) Démontre que $\forall x\in]0;+\infty[, g'(x)=\frac{x^2+2x+2}{x^3}$

b) En déduire le sens de variation de g

c) Dresse le tableau de variation de g

3- a) Démontre que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique sur $]0;+\infty[$

b) Justifie que $2{,}55<\alpha<2{,}56$

4- Détermine le signe de g

Partie B

On considère la fonction f dérivable et définit sur]0 ; +∞[par $f(x)=\left(\frac{1}{x}-\ln x\right)e^{-x}$

1- a) Calcule $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et donne une interprétation graphique du résultat si possible

b) Calcule$\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ et donne une interprétation graphique du résultat si possible

2- Démontre que $f(\alpha) = \left(\frac{1+\alpha}{\alpha^2}\right) e^{-\alpha}$

3- a) Démontre que pour tout nombre réel strictement positif x, $e^{-x} g(x)$

b) A l'aide de la partie A, détermine les variations de f

c) Dresse le tableau de variation de f

4- Démontre qu'une équation de la tangente (T) à (C) en 1 est : $y = \frac{1}{e}(-3x + 4)$

5- Construis (T) et (C) dans le plan muni d'un repère (O,I,J) on prendra $\alpha = 2{,}6$

EXERCICE 6

Lors d'une expérience portant sur l'efficacité d'un bactéricide, des élèves introduisent ce produit dans un milieu nutritif ou une population de bactéries croissait. La population a continué à croitre pendant un certain temps avant de commencer à décliner.

La taille de la population à l'instant t est une fonction f dont la dérivée est donnée par :

$$f'(t) = \frac{-16t + 128}{x} \; pour \; t > 0 \; et \; f(t) = 500$$

f(t) représente le nombre de bactéries en milliers et t représente le temps en heures.

Selon cette expérience, le bactéricide est jugé efficace si après son introduction, le maximum de la population de bactéries est inférieur à 460 000.

Faisant partie de ce groupe d'élève tu es sollicité pour apprécier l'efficacité du bactéricide. A l'aide de tes connaissances propose une solution argumentée au problème.