

DRENA YAMOUSSOUKRO EXAMEN BLANC REGIONAL 2023

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL 2023

MATHEMATIQUE
SERIE D

DUREE : 4 Heures
Coefficient : 4

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.

Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont aussi autorisées.

EXERCICE 1 (02 points)

Dans le tableau suivant et pour chacun des items qui le composent, un début d'affirmation est annoncé. Il s'agit de compléter chacun de ces débuts d'affirmation par la bonne réponse parmi les quatre proposées afin d'obtenir une affirmation complète et correcte.

Recopie sur ta feuille de compositions, le numéro de chaque début d'affirmation suivi de celui de la réponse correcte.

Exemple : 5.Rép 4

| N° | DEBUTS D'AFFIRMATIONS | Rép.1 | Rép.2 | Rép.3 | Rép.4 |
|----|--|--|--|---|---|
| 01 | Dans \mathbb{R} , l'équation $\ln(x^2+2x) = 0$ | n'admet pas de solutions | admet une seule solution | admet deux solutions distinctes | admet une solution double |
| 02 | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\sin^2 x}$ est égale à : | $+\frac{1}{2}$ | -1 | +1 | $-\frac{1}{2}$ |
| 03 | $F(x) = \frac{\ln(1+x)^2}{x^2}$. L'ensemble de définition de la fonction F est : | $\mathbb{R} \setminus \langle 0 \rangle$ | $\mathbb{R} \setminus \langle 0; -1 \rangle$ | $\mathbb{R} \setminus \langle 0; -1; 1 \rangle$ | $\mathbb{R} \setminus \langle 0; 1 \rangle$ |
| 04 | On donne $F(x) = \tan(\cos x)$. F est supposée dérivable sur \mathbb{R} . $\forall x \in \mathbb{R}, F'(x) =$ | $\cos^2 x \sin x$ | $\frac{\ln(\cos x)}{\sin x}$ | $-\sin x (\cos^2 x)$ | $-\sin x (1 + \tan^2(\cos x))$ |

EXERCICE 2 (02 points)

Dans le tableau suivant et pour chacun des items qui le composent, un début d'affirmation est annoncé. Il s'agit de compléter chacun de ces débuts d'affirmation par la bonne réponse parmi les quatre proposées afin d'obtenir une affirmation complète et correcte.

Recopie sur ta feuille de compositions, le numéro de chaque début d'affirmation suivi de celui de la réponse correcte.

Exemple : 5.Rép 4

| N° | DEBUTS D'AFFIRMATIONS | Rép1 | Rép2 | Rép3 | Rép4 |
|----|---|--------------------------------|-------------------------|--------------------------------|--------------------------|
| 01 | Soient A et B deux évènements tels que $p(A) = 0,4$; $p_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,2$ et $p_A(\bar{B}) = 0,7$. Alors la valeur de $p(B)$ est égale à : | 0,8 | 0,5 | 0,3 | 0,6 |
| 02 | Une primitive de la fonction f continue et définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ la fonction F définie par: $F(x) =$ | $\frac{1}{2} \times (\ln x)^2$ | $\frac{1}{3} (\ln x)^3$ | $\frac{1}{3} \times (\ln x)^2$ | $(\ln x)^3$ |
| 03 | Une primitive de la fonction g continue et définie sur $]1 ; +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{x \ln x}$ est la fonction G définie par: $G(x) =$ | $(\ln x)^2$ | $\ln(\ln x)$ | $\sqrt{\ln x}$ | $\frac{x}{\sqrt{\ln x}}$ |

DRENA YAMOUSSOUKRO EXAMEN BLANC REGIONAL 2023

| | | | | | |
|----|--|-----|-----------|-----------|----|
| 04 | Si pour tout x non nul, on a : $-2 - \frac{1}{x^2} < h(x) < -2 + \frac{1}{x^2}$, alors la limite de la fonction h en $+\infty$ est égale à : | - 2 | $+\infty$ | $-\infty$ | +2 |
|----|--|-----|-----------|-----------|----|

Exercice 3 (03,5 points)

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $\begin{cases} \text{Si } x > 0, & f(x) = x(\ln x)^2 \\ \text{et } f(0) = 0 \end{cases}$

On note (C_f) la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, d'unité graphique 10cm.

1. Etudie la continuité de f au point 0.
2. Etudie la dérivabilité de f au point 0 puis interprète graphiquement le résultat obtenu.
3. Etudie la nature de la branche infinie en $+\infty$.
4. En admettant que f est dérivable sur $]0; +\infty[$, étudie les variations de f sur $]0; +\infty[$.
5. Dresse le tableau de variation de f .
6. Représente graphiquement f dans le repère orthonormé $(O; I; J)$.

Exercice 4 (03,5 points)

On considère la fonction f dérivable et définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. *tan'(0)*

1. Justifie qu'il existe une primitive et une seule F de la fonction f et qui vérifie $F(0) = 0$.
2. On définit la fonction G sur l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$ par $G(x) = F(\tan x)$ et on admet que la fonction G est dérivable sur l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$.
 - a) Justifie que pour tout x appartenant à $]0; \frac{\pi}{2}[$, $G'(x) = 1$
 - b) Déduis-en que pour tout x appartenant à $]0; \frac{\pi}{2}[$, $G(x) = x$
 - c) Sachant que $\tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, détermine la valeur de $F\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.
3. On pose, pour tout x élément de $]0; +\infty[$, $H(x) = F\left(\frac{1}{x+1}\right) + F\left(\frac{x}{x+2}\right)$ et on admet que F est dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
 - a) Justifie que $\forall x \in]0; +\infty[$, $H'(x) = 0$ ✓
 - b) Déduis-en que $F\left(\frac{1}{2}\right) + F\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$ ✓

Exercice 5 (04 points)

Pour une marque de téléphone donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées : le GPS et le Wifi.

Sur l'ensemble des téléphones portables de cette marque, 40% possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones avec l'option GPS, 60% ont l'option Wifi.

On choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants:

G: «le téléphone possède l'option GPS».

W: «le téléphone possède l'option wifi»

DRENA YAMOOUSSOUKRO EXAMEN BLANC REGIONAL 2023

Dans tout l'exercice, le candidat donnera les valeurs exactes des probabilités.

1. Détermine $P(G)$ et $P_G(W)$.
2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré qui sera complété tout au long de l'exercice.

On suppose que la probabilité de W est $P(W) = \frac{7}{10}$.

3. Détermine la probabilité de l'événement: «le téléphone possède les deux options

4. Démontre que $P_{\bar{G}}(W) = \frac{23}{30}$. Complète l'arbre de la question 2.

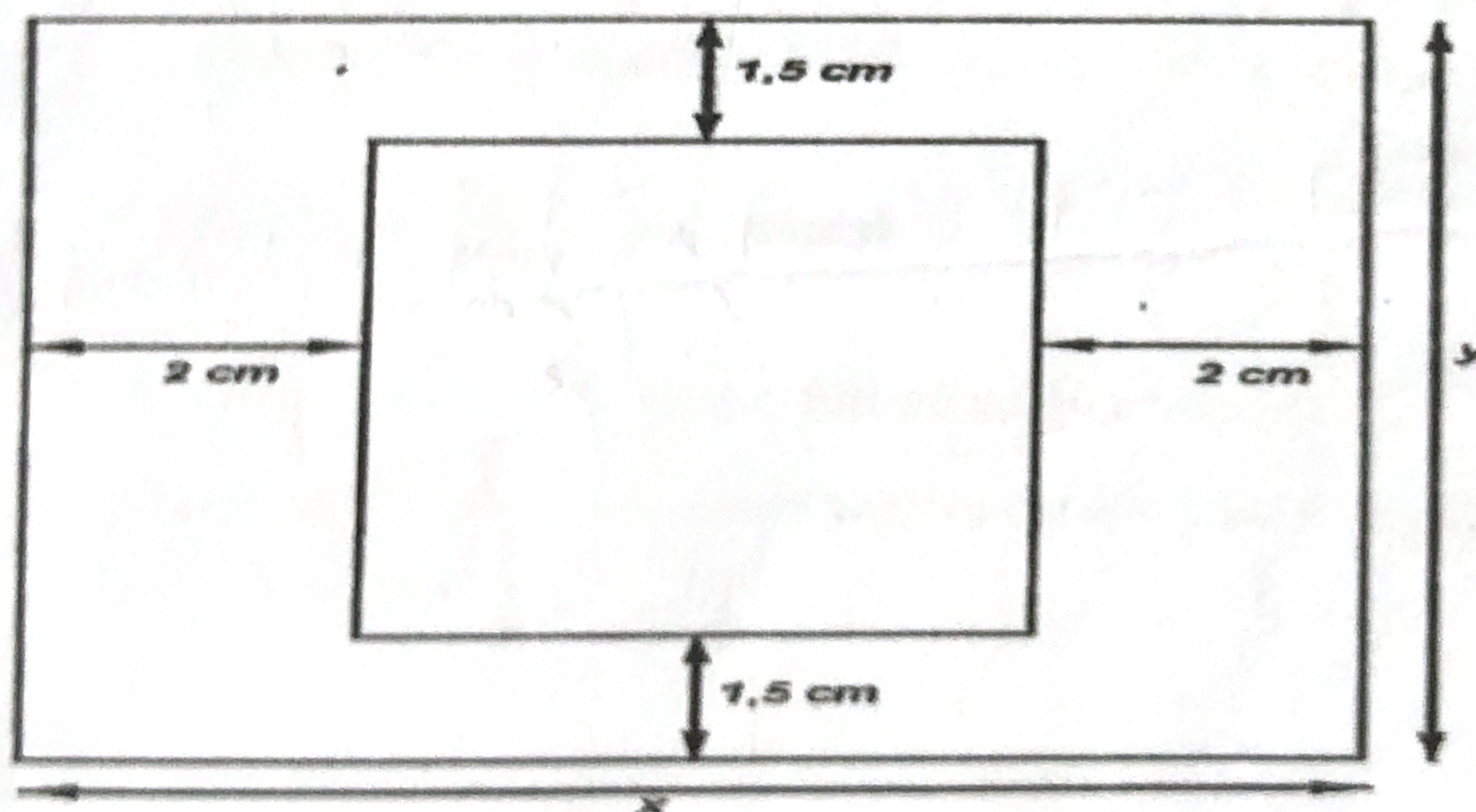
On choisit un téléphone avec l'option wifi.

5. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas d'option GPS?
6. Le coût de revient par téléphone d'une option, pour le fabricant du téléphone est de 7200F pour l'option GPS et de 3600F pour l'option wifi.
 - a) Détermine la loi de probabilité du coût de revient d'un téléphone suivant ces deux options.
 - b) Calcule l'espérance mathématique de cette loi et interprète ce résultat.

Exercice 6 (05points)

Pour les annonces publicitaires en vue du lancement de son nouveau réceptif hôtelier dans sa région natale, Mme Lonzo prévoit un texte d'aspect publicitaire qu'elle entend faire imprimer sur une page rectangulaire de longueur x et de largeur y .

Pour des raisons d'esthétique, elle souhaiterait que le texte soit imprimé à l'intérieur de la page dans un rectangle de 300cm^2 en prévoyant des marges de 1,5cm sur les bords horizontaux et 2cm sur les bords verticaux comme l'indique la figure ci-dessous.



Pour minimiser la consommation de papier et par conséquent réduire les charges financières, elle souhaiterait connaître les dimensions des feuilles à commander pour éviter le gaspillage de ce papier spécial qu'elle voudrait utiliser à l'intention de ses potentiels futurs clients.

Elle t'approche pour l'aider à passer ses commandes.

1. Justifie que l'expression de la largeur y par rapport à la longueur x est donnée par la

$$\text{relation } y = \frac{288+3x}{x-4}.$$

2. Détermine la valeur de x qui pourrait réduire les charges financières de Mme Lonzo dans l'achat des feuilles pour les impressions.