BACCALAUREAT
SESSION 2022

Coefficient : 4
Durée : 3 h

MATHEMATIQUES

SERIE G2

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur 2 et 2 sur 2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé
Le candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.

EXERCICE 1

Soit le polynôme P défini par : $P(x) = -x^3 + 2x^2 + x - 2$.

1. Vérifier que : $P(2) = 0$.
2. Montrer que : $P(x) = (x-2)(1-x)(1+x)$.
3. Résoudre l'équation : $P(x) = 0$.
4. Etudier le signe de P.
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$, chacune des équations :
   a) $-(\ln x)^3 + 2(\ln x)^2 + \ln x - 2 = 0$;
   b) $-e^{3x} + 2e^{2x} + e^x - 2 = 0$.

EXERCICE 2

Un magazine automobile a réalisé chaque année depuis 2010 des mesures sur l'autonomie des voitures électriques. Les résultats de l'étude sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	7
Autonomie y_i (km)	137	132	160	223	230	260	320

1. Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série double (x_i, y_i) dans le plan muni d'un repère orthogonal.
   Unités graphiques : en abscisse, 1 cm pour 1 unité de rang ;
   en ordonnée, 1 cm pour 50 km.

N.B. : Tous les résultats des questions à suivre seront arrondis au 10^{-2} près par excès.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G.
3. Calculer
   a) La variance V(X) de X.
   b) La variance V(Y) de Y.
   c) La covariance Cov(X,Y) de X et Y.
4. a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre X et Y.
   b) Un ajustement linéaire est-il possible ?
5. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x.
6. En supposant la tendance maintenue, estimer l'autonomie d'une voiture électrique en 2022.

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \dfrac{x-1+2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x}$.

1. a) Calculer les limites de g en $+\infty$.
   b) Démontrer que pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $g(x) = x\mathrm{e}^{-x} - \mathrm{e}^{-x} + 2$.
   c) Calculer les limites de g en $-\infty$.
2. On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et g' sa fonction dérivée.
   a) Démontrer que tout x élément de $\mathbb{R}$, $g'(x) = \dfrac{2-x}{\mathrm{e}^x}$.
   b) Etudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.
   c) Dresser le tableau de variation de g.
3. *a*) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]-\infty\ ; 2[$.
   b) Montrer que $\alpha \in]-1\ ; 0[$.
   c) Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4. Démontrer que : pour tout $x \in]-\infty\ ; \alpha[$, $g(x) < 0$;
   pour tout $x \in]\alpha\ ; +\infty[$, $g(x) > 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x+1-\dfrac{x}{\mathrm{e}^x}$.

Soit $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique : 1 cm).

1. a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   b) Démontrer que tout x élément de $\mathbb{R}$, $f(x) = x(2+\dfrac{1}{x}-\mathrm{e}^{-x})$.
   c) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et f' sa fonction dérivée.
   a) Démontrer que, pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$.
   b) En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variation.
3. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ une asymptote à $(\mathscr{C})$ en $+\infty$.
   b) Etudier les positions relatives de $(\mathscr{C})$ par rapport à (D).
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.
5. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat.
6. Tracer (D) et (T) puis construire la courbe $(\mathscr{C})$ dans le repère (O, I, J).

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 05-07-2022 HEURE : 08h30 SERIE(S) : G2.

CORRIGE | BAREME

Exercice 1 4 points

$P(x) = -x^3+2x^2+x-2$.

1. $P(2) = -2^3+2\times2^2+2-2 = 0$ — 0,5

2. $P(x) = (x-2)(-x^2+1) = (x-2)(1-x)(1+x)$ — 0,75

3. $P(x)=0 \Leftrightarrow x=2$ ou $x=1$ ou $x=-1$ — 0,5

Ensemble des solutions est : $\{-1; 1; 2\}$.

4. Signe de $P(x)$

Tableau de signe.

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$-x^2+1$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	
$P(x)$		$+$		$-$		$+$		$-$	

0,25

$\forall x \in]-\infty; -1[\cup]1; 2[;\ P(x) > 0$

$\forall x \in]-1; 1[\cup]2; +\infty[\quad P(x) < 0$

$\forall x \in \{-1; 1; 2\} ;\ P(x) = 0$

0,5

5. $-(\ln x)^3 + 2(\ln x)^2 + \ln x - 2 = 0$

V, ensemble de validité de l'équation

$V =]0; +\infty[$ — 0,25

En posant $X = \ln x$, on a $-X^3+2X^2+X-2=0$

$\Leftrightarrow X_1 = 2$ ou $X_2 = -1$ ou $X_3 = 1$

$x = e^2$; $x = e^{-1}$; $x = e$

Ensemble des solutions est : $\{e^2; e^{-1}; e\}$ — 0,5

CORRIGE	BAREME
b) $-e^{3x}+2e^{2x}-2<0$	
Posons $e^{x}=X$	
on a $-X^3+2X^2+X-2<0$	
$P(X)<0$	0,75
$\Leftrightarrow X\in]-1;1[\cup]2;+\infty[$	
$X>0$; on a $0<X<1$ ou $X>2$.	
$x<0$ ou $x>\ln 2$.	
Ensemble des solutions est : $]-\infty;0[\cup]\ln 2;+\infty[$	
<u>Exercice 2</u> 5 points	
1- Voir papier millimetré	
2. Coordonnées du point moyen G.	1 pt
$G(\bar{x};\bar{y})$	
$\bar{x}=\frac{22}{7}=3,15$; $\bar{Y}=\frac{1462}{7}=208,86$	0,25+0,25+0,25
donc $G(\bar{x},\bar{Y})$ $G(3,15;208,86)$.	
3-	
a) $V(x)=\frac{104}{7}-(3,15)^2=4,94$	0,25
b) $V(Y)=\frac{334422}{7}-(208,86)^2=4152,07$	0,25
c- $Cov(x,y)=\frac{5581}{7}-3,15\times 208,86$	
$=139,38$	0,5
4- Coefficient de corrélation linéaire	
$r=\frac{Cov(x,y)}{\sqrt{V(x)V(y)}}=\frac{139,38}{\sqrt{4,94\times 4152,07}}=0,98$	0,5

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABETISATION

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail

BACCALAUREAT – SESSION 2022

EPREUVE : …………………………………………… DATE : ……………………… HEURE :…………

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) :

CORRIGE	BAREME
4) b) on a $0,87 < \|r\| < 1$,	
donc un ajustement linéaire est possible.	0,5
5. Equation de droite	
soit $y = ax + b$ une équation de la droite	
de régression de y en x.	
$a = \frac{Cov(x;y)}{V(x)} = \frac{139,38}{4,94} = 28,22$.	
$b = \overline{y} - a\overline{x} = 208,86 - 3,15 \times 28,22 = 119,97$	0,25+0,25+0,25
donc $y = 28,22x + 119,97$	
6) * $x = 13$	
$y = 28,22 \times 13 + 119,97$	
$y = 486,83$ km.	0,5
NB: On accordera les points	
au candidat qui aurait utilisé	
6 au lieu de 7 pour 2016.	

CORRIGE	BAREME

Probleme 11 points

Partie A 5 points

1- a) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} + 2 = 2$ --→ 0,5

b) $g(x) = (x-1+2e^x) \times e^{-x}$

$= xe^{-x} - e^{-x} + 2$ ——→ 0,5

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} xe^{-x} - e^{-x} + 2$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}(x-1) + 2 = -\infty$ --→ 0,25

2-a) $\forall x \in \mathbb{R}$ $g'(x) = e^{-x} - xe^{-x} + e^{-x}$

$= 2e^{-x} - xe^{-x} = (2-x)e^{-x}$

$= \frac{2-x}{e^x}$ --------→ 0,5

b) $e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$ le signe de $g(x)$ et celui de $2-x$ ——→ 0,75

$\forall x \in]-\infty;2[$ $2-x > 0$ $g'(x) > 0$
g strictement croissante

$\forall x \in]2;+\infty[$ $2-x < 0$ $g'(x) < 0$
g strictement decroissante

c) tableau de variation

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{1+2e^2}{e^2}$	↘	2

---→ 0,5

$g(2) = \frac{1+2e^2}{e^2}$

CORRIGE	BAREME

3- a) g est continue et strictement croissante sur $]-\infty;2[$ g est bijective sur $]-\infty;2[$

$g(]-\infty;2[) =]-\infty;\frac{1+2e^2}{e^2}[$ $0 \in]-\infty;\frac{1+2e^2}{2e^2}[$

donc 0 admet un unique antécédent α dans $]-\infty;2[$ → 0,75

b) $g(-1) = \frac{-1-1+2e^{-1}}{e^{-1}} = \frac{-2+2e^{-1}}{e^{-1}} \simeq$

$g(0) = \frac{-1+2}{2} = 0,5$ → 0,5

$g(-1) \times g(0) < 0$ donc $\alpha \in]-1;0[$

c)

x	-1	$-0,9$	$-0,8$	$-0,7$	$-0,6$	$-0,5$	$-0,4$	$-0,3$	$-0,2$	$-0,1$	0
$g(x)$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$	$+$

$-0,4 < \alpha < -0,3$ $\alpha \simeq -0,35$ → 0,25

$\alpha \simeq -0,4$

4 a) $\forall x \in]-\infty;\alpha[$ $g(x) < g(\alpha)$ α étant le maximum

donc $g(x) < 0$

$\forall x \in]\alpha;+\infty[$ $g(x) > g(\alpha)$ → 0,5

donc $g(x) > 0$.

Partie B 6 points

1- a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim 2x+1-\frac{1}{\frac{e^x}{x}} = +\infty$ → 0,25

b) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f(x) = x\left(2+\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x}\right)$

$f(x) = x\left(2+\frac{1}{x}-e^{x}\right)$ → 0,25

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x\left(2+\frac{1}{x}-e^{-x}\right) = -\infty$ → 0,5

CORRIGE | **BAREME**

2 a) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = 2 + \frac{1}{x} - e^{-x} + x\left(-\frac{1}{x^2} + e^{-x}\right)$

$= 2 + \frac{1}{x} - e^{-x} - \frac{1}{x} + xe^{-x}$

$= xe^{-x} - e^{-x} + 2 = g(x)$ → 0,5

b) $\forall x \in]-\infty;\alpha[$ $g(x) < 0$ donc $f'(x) < 0$
donc f st strictement décroissante

$\forall x \in]\alpha;+\infty[$ $g(x) > 0$ donc $f'(x) > 0$
f st strictement croissante → 1

c) tableau de variation → 0,5

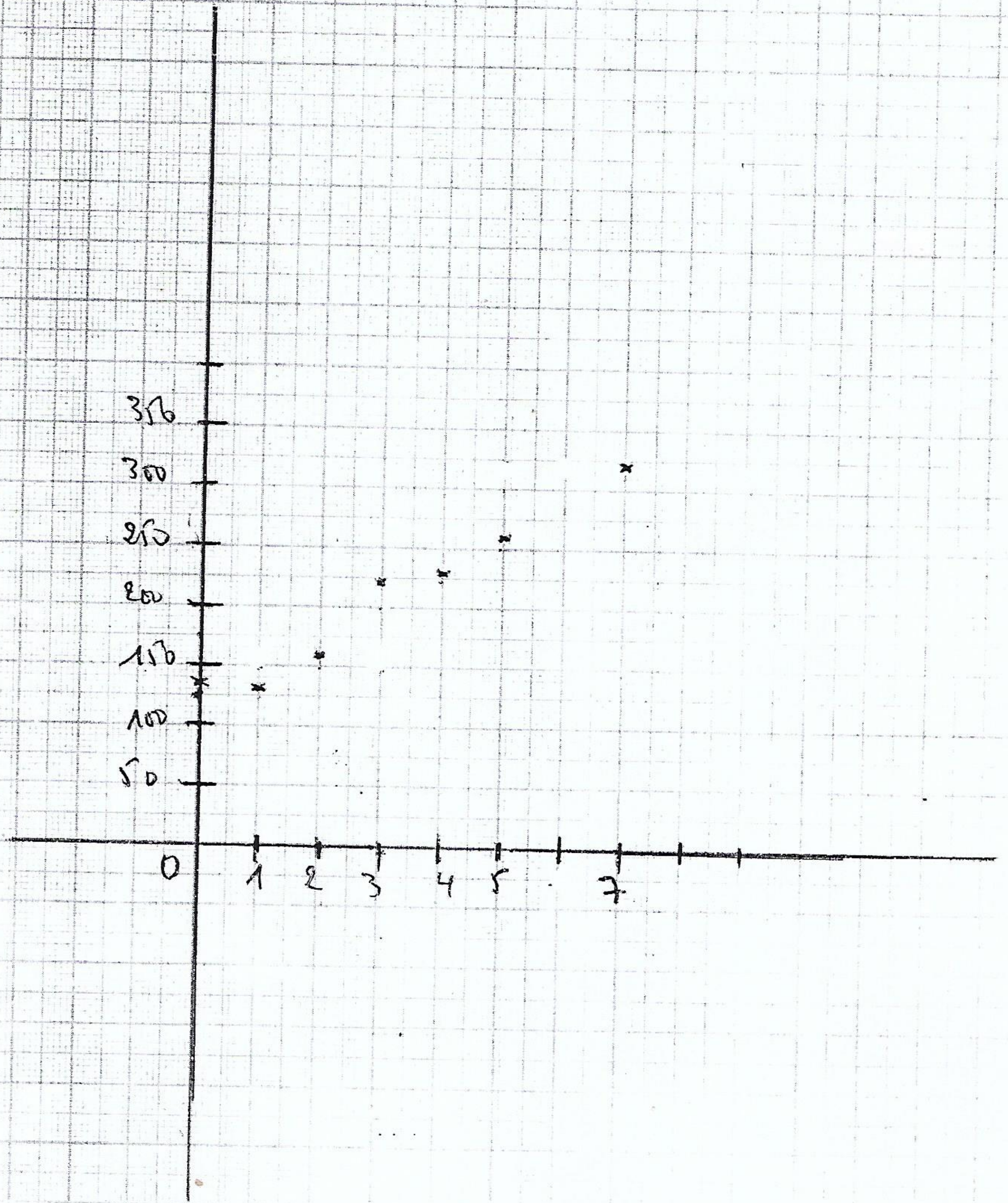
x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

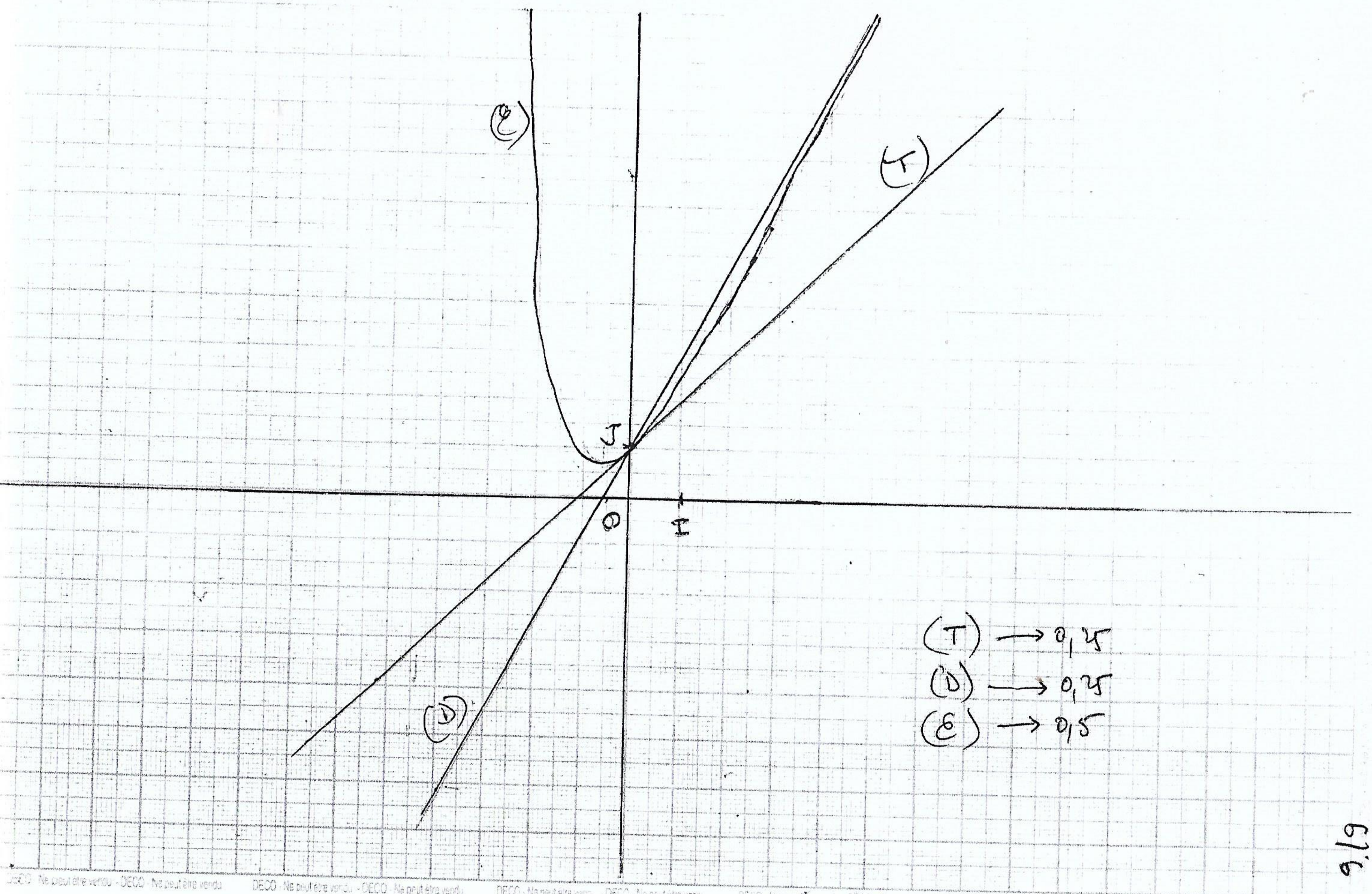
3°) a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - (2x+1) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-x}{e^x} = \lim\limits_{x\to+\infty} -\frac{1}{\frac{e^x}{x}} = 0$

donc la droite d'équation $y = 2x+1$ st asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$ → 0,5

b) la position relative de $(\mathcal{C})$ et (D).
il s'agit signe de $f(x) - (2x+1)$
soit $-\frac{x}{e^x}$ soit $-x$. → 0,5
$\forall x \in]-\infty;0[$ $(\mathcal{C}_f)$ et au dessus de (D)
$\forall x \in]0;+\infty[$ $(\mathcal{C}_f)$ st au dessous de (D)

CORRIGE	BAREME
4- $y = f'(0)(x-0) + f(0)$	
$f'(0) = g(0) = -1+2 = 1$	
$y = f(0) = 1$	
$y = x + 1$	→ 0,5
5 - $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty} 2 + \frac{1}{x} - e^{-x} = \lim\limits_{x \to -\infty} 2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{e^{x}}$	
$= -\infty$	→ 0,5
$(\mathcal{C}_f)$ admet une BIP de direction (OJ).	
6 - Voir graphique.	0,25+0,25+0,5


350
300
250
200
150
100
50
0
1
2
3
4
5
7



(T) → 0,25
(D) → 0,25
(C) → 0,5