BACCALAUREAT **Coefficient : 4**
SESSION 2019 **Durée : 3*h***

MATHEMATIQUES

SERIE G2

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.
Le candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.

EXERCICE 1

Le conseil régional donne une subvention de 414 000 F CFA pour atteindre une nappe d'eau souterraine dans un village du nord de la Côte d'Ivoire. Le coût du forage de puits est fixé à 1 000 F CFA le premier mètre, 1 200 F CFA le deuxième mètre, 1 400 F CFA le troisième mètre et ainsi de suite en augmentant de 200 F CFA par mètre creusé.
On désigne par $\mathrm{U_n}$ le coût en F CFA du $\mathrm{n^e}$ mètre creusé $(\mathrm{n} \in \mathrm{IN}^*)$ et par $\mathrm{S_n}$ le coût total en F CFA d'un puits de n mètres de profondeur.

1. Soit P la fonction définie sur IR, par : $\mathrm{P}(x) = x^2 + 9x - 4\,140$.
   a) Résoudre dans IR l'équation (E) ; $\mathrm{P}(x) = 0$.
   b) Résoudre dans IR l'inéquation (I) ; $\mathrm{P}(x) \leq 0$.
2. a) Déterminer $\mathrm{U_4}$ et $\mathrm{U_5}$.
   b) Exprimer $\mathrm{U_{n+1}}$ en fonction de $\mathrm{U_n}$, puis préciser la nature de la suite $(\mathrm{U_n})_{\mathrm{n} \in \mathrm{IN}^*}$.
   c) Exprimer $\mathrm{U_n}$ en fonction de n .
3. a) Démontrer que : $\mathrm{S_n} = 100\mathrm{n}^2 + 900\mathrm{n}$
   b) En utilisant la question **1.**b), déterminer la profondeur maximale du forage que l'on peut réaliser.

EXERCICE 2

Pour établir le prix unitaire le plus adapté d'un produit, une société effectue une étude statistique.
Le tableau ci-dessous indique le nombre d'acteurs correspondant à un prix unitaire donné.

Prix unitaire en centaines de F CFA : x_i	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre d'acheteurs en milliers : y_i	125	120	100	80	70	50	40	25

1. a) Construire le nuage de points $\mathrm{M}_i(\mathrm{x}_i\,;\,\mathrm{y}_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Unités graphiques : 1 cm pour 100 F CFA sur l'axe des abscisses ;
1 cm pour 10 milliers d'acheteurs sur l'axe des ordonnées.
b) Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le nuage de points.
2. a) Calculer la variance V(X) de x et la variance V(Y) de .

b) Calculer la covariance Cov(X , Y) de la série double $(x\ ,\ y)$.

c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de la série $(x\ ,\ y)$, puis interpréter le résultat.

3. a) Démontrer qu'une équation de la droite (D) de régression de y en x par méthode des moindres carrés est $y = -15x + 189$. (*Les coefficients seront arrondis à l'unité*)

b) Tracer la droite (D) dans le nuage de points.

c) Déterminer une estimation du nombre d'acheteurs du produit si le prix unitaire était fixé à 1 200 F CFA.

<u>PROBLEME</u>

Soit f la fonction définie et dérivable sur IR telle que : $\forall\ x \in$ IR, $f(x) = \dfrac{xe^x}{e^x + 1}$.

(C) désigne la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), d'unité graphique 2 cm.

Partie A

Soit g la fonction définie et dérivable sur IR telle que : $\forall\ x \in$ IR, $\mathrm{g}(x) = e^x + \ x\ 1$

1. a) Calculer la limite de g en $-\infty$.

b) Calculer la limite de g en $+\infty$.

2. a) Calculer $\mathrm{g}'(x)$ pour tout nombre réel x, g' étant la dérivée de g.

b) En déduire les variations de g sur IR.

3. a) Dresser le tableau de variation de g .

b) En déduire que l'équation $\mathrm{g}(x) = 0$ admet une solution unique $\propto$ dans IR.

c) Justifier que : $-1{,}28 < \propto < -1{,}27$.

4. Démontrer que : $\begin{cases} \forall\ \ x\ \ \in\ \ ]-\infty\ ;\ \propto[, \quad \mathrm{g}(x) < 0\ ; \\ \forall\ \ x\ \ \in\ \ ]\propto\ ;\ +\infty[, \quad \mathrm{g}(x) > 0. \end{cases}$

Partie B

1. Calculer la limite de f en $-\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.

2. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.

b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.

c) Etudier la position relative de (C) par rapport à (D) .

3. a) Démontrer que : $\forall\ x \in$ IR, $f'(x) = \dfrac{e^x\mathrm{g}(x)}{(e^x + 1)^2}$, f' étant la dérivée de f.

b) Déterminer le signe de $f'(x)$.

c) En déduire les variations de f.

4. a) Démontrer que $(\propto) = \propto + 1$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

5. a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisses 0.

b) Construire dans le repère (O, I, J) les droites (T), (D) et la courbe (C).