BACCALAURÉAT BLANC
DRENA SAN PÉDRO
UP : Mathématiques

Fomesoutra.com ça soutra !

Année scolaire 2023-2024
Niveau : T^{le} D
Durée : 04h00
Coefficient 4

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1, 2 et 3.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition, suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

1- Pour tout nombre réel $x, (cosx + isinx)^{10} = cos^{10}(x) + isin^{10}(x)$.
2- La fonction logarithme népérien est la primitive de la fonction inverse sur l'intervalle]0 ;+∞[qui s'annule en 1.
3- Si deux évènements A et B sont indépendants, alors les évènements $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont aussi indépendants.
4- Ln $\left(\frac{\sqrt{e^5}}{4}\right)$ est égale à : $\frac{2}{5} - 2\ln 2$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci – dessous, trois réponses A, B et C sont données dont une seule est juste. Recopie sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation, suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	AFFIRMATIONS	REPONSES	
1	Pour tout nombre réel positif a, le nombre réel $\sqrt[3]{a}\sqrt[6]{a}$. est égal à…	A	$\sqrt{a}$.
		B	$\sqrt[18]{a}$.
		C	$\sqrt[3]{a^6}$.
2	La fonction $h : x \longmapsto \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa fonction dérivée h' est définie par : $h'(x) =$	A	$\frac{-1}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$
		B	$\frac{-2x}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$
		C	$\frac{-x}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$
3	$\lim\limits_{x\to+\infty} x^{ln0,5}$ est égale à :	A	$-\infty$
		B	0
		C	$+\infty$
4	Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct, l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que : $\lvert z - 1 + 3i\rvert = 2\ est$ ...	A	Le cercle de centre le point K d'affixe $-1 + 3i$ et de rayon 2.
		B	Le cercle de centre le point K d'affixe $1 - 3i$ et de rayon 2.
		C	La médiatrice du segment $[EF]$ où E et F sont les points d'affixes respectives $-1 + 3i$ et 2.

EXERCICE 3 (3 points)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$,). On considère les points A , B , C et D

d'affixes respectives z_A= *2- i* , z_B = *-1+ 2i* , z_C = *1 et* z_D= *1* + 6i et le polynôme P défini par :

$P(z) = z^3 - (2+i)\, z^2 + (1+ 6i)\, z - 5i$

1) a) Calcule P(1)
   b) Détermine α , β , γ tels que $P(z) = (1- z)(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)$ où *α , β , γ* sont des nombres complexes .
   c) Résous dans ℂ l'équation *P(z) = 0.*
2) Soit *h* l'application du plan dans le plan ayant pour écriture complexe : $z' = az + b$ *où a et b* sont des nombres complexes.
   a) Détermine l'écriture complexe de *h* sachant que *h(A) = C et h(B) = D.*

   b) Déterminer alors la nature et les éléments caractéristiques de *h.*

EXERCICE 4 (3 points)

I) Un secteur de production d'une entreprise est composé de 3 catégories de personnel : les ingénieurs, les opérateurs de production et les agents de maintenance.
Il y a 8% d'ingénieurs et 80% d'opérateurs de production. Les femmes représentent 50% des ingénieurs, 25% des agents de maintenance et 60% des opérateurs de production.
On interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise. On note :
M l'événement : " Le personnel interrogé est un agent de maintenance "
O l'événement : " Le personnel interrogé est un opérateur de production »
I l'événement : " Le personnel interrogé est un ingénieur "
F l'événement : " Le personnel interrogé est une femme "

1) Construire un arbre pondéré correspondant aux données.
2) Calculer la probabilité d'interroger :

. a) Un agent de maintenance

b) Une femme agent de maintenance

c) Une femme

II) Le service de maintenance effectue l'entretien de machines, mais il est appelé aussi à intervenir en cas de panne. Pour cela une alarme est prévue ; des études ont montré que sur une journée :

✓ La probabilité qu'il n'y ait pas de panne et que l'alarme se déclenche est égale à 0, 002.

✓ La probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme ne se déclenche pas est égale à 0, 003.

✓ La probabilité qu'une panne se produise est égale à 0, 04.

On note :
D l'événement : « l'alarme se déclenche ».
B l'événement : « une panne se produit ».

1) Démontrer que la probabilité qu'une panne se produise et que l'alarme se déclenche est égale à 0, 037
2) Calculer la probabilité que l'alarme se déclenche.

EXERCICE 5 (5 points)

PARTIE A

Soit g la fonction dérivable sur $]1;+\infty[$ et défini par $g(x) = \frac{x}{x-1} - 2\ln(x-1)$.

On admet que : $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} g(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty, et\ \forall\, x\ \in\ ]1\,;\,+\infty[, g'(x) = \frac{1-2x}{(x-1)^2}$

1) Démontre que g est strictement décroissante sur $]1\,;\,+\infty[$

2. a) Démontre que $\forall\, x \in\ ]1\,;\,+\infty[$, l'équation: $g(x) = 0$ admet une solution unique a.

b) Justifie que : $3 < a < 3{,}1$

c) Démontre que $\begin{cases} \forall\, x \in\ ]1;a[,\ \ g(x) > 0 \\ \forall\, x\ \in\ ]a;\ +\infty[,\ \ g(x) < 0 \end{cases}$

PARTIE B

Soit f la fonction dérivable sur $]1\,;\,+\infty[$ et définie par $f(x) = 2 + \frac{\ln(x-1)}{x^2}$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O ; I ; J). L'unité graphique est 2 cm.

1) Justifie que $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x) = -\infty$, puis interprète graphiquement le résultat.

2.a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2$ est une asymptote à (C_f) en $+\infty$.

b) Etudie la position relative de (C_f) et (D) sur $]1\,;\,+\infty[$.

3. a) Démontre que : $\forall\, x \in\ ]1;\ +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

b) Déduis-en les variations de f.

c) Dresse le tableau de variation de f.

4) Démontre que $f(a) = 2 + \frac{1}{2a(a-1)}$.

5) Trace la courbe (C_f) et ses asymptotes dans le repère (O ; I ; J).

EXERCICE 6 (5 points)

Pendant les vacances scolaires, un élève admis en classe de terminale a trouvé un emploi avec un salaire initial de 10 000 f CFA par semaine. Après la première semaine, constatant que l'élève a bien travaillé, le patron lui a payé son salaire et lui a proposé une augmentation de salaire déclinée en deux options.

Option A : Une augmentation fixe de 1 000 f CFA sur la rémunération précédente.

Option B : Une augmentation régulière de 8 % de la rémunération hebdomadaire.

Il a choisi l'option A et a travaillé pendant 84 jours de vacances.

Pendant la rentrée scolaire suivante, il explique cela à ses camarades de classe. Sa voisine dit alors que l'option B lui aurait permis de gagner plus. Une discussion s'engage alors entre eux. Les autres élèves de la classe décident de vérifier l'affirmation de la voisine par des calculs. Départage les élèves.