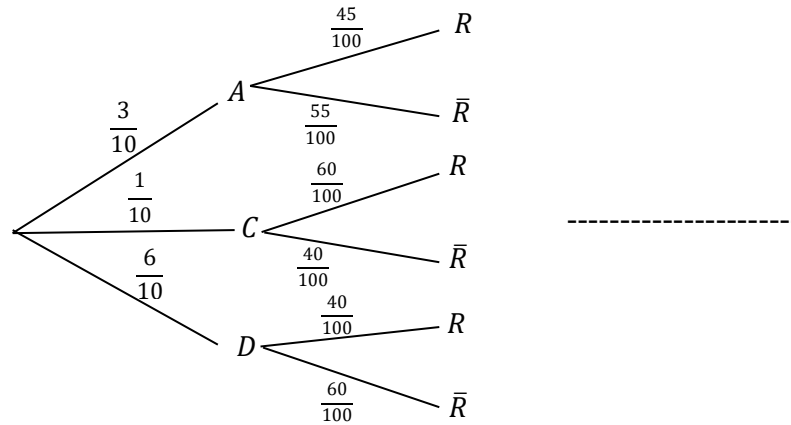


**CORRIGÉ ET BARÈME**  
**MATHÉMATIQUES Série D**

EXERCICE	Corrigé	Barème
<b>EXERCICE 1</b> <b>( 2 points )</b>	1. FAUX ; 2. VRAI ; 3. VRAI ; 4. FAUX	<b>0,5 point×4</b>
<b>EXERCICE 2</b> <b>( 2 points )</b>	1. C ; 2. D ; 3. C ; 4. B	<b>0,5 point×4</b>
<b>EXERCICE 3</b> <b>( 3,5 points )</b>	<p>1. <math>z^2 - (4 + 2i)z + 7 + 4i = 0</math>.</p> <p><math>\Delta = -16</math> -----</p> <p>Les racines carrées de <math>\Delta</math> sont : <math>4i</math> et <math>-4i</math> -----</p> <p>L'ensemble des solutions dans <math>\mathbb{C}</math> est : <math>\{2 + 3i ; 2 - i\}</math>. -----</p> <p>2. <math>P(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (5 + 8i)z + 4 - 7i</math>.</p> <p>a) <math>\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = (z - i)(z^2 + az + b)</math>  <math>= z^3 + (a - i)z^2 + (b - ia)z - ib</math>.</p> <p style="text-align: center;">Par identification : <math>\begin{cases} a - i = -4 - 3i \\ b - ia = 5 + 8i \\ -ib = 4 - 7i \end{cases}</math></p> <p>On en déduit que : <math>a = -(4 + 2i)</math> et <math>b = 7 + 4i</math>. -----</p> <p>b) <math>P(z) = 0 \Leftrightarrow (z - i)(z^2 - (4 + 2i)z + 7 + 4i) = 0</math></p> <p>L'ensemble des solutions dans <math>\mathbb{C}</math> est : <math>\{i ; 2 + 3i ; 2 - i\}</math>. -----</p> <p>3. <math>z_A = i ; z_B = 2 + 3i</math> et <math>z_C = 2 - i</math>.</p> <p>a) <math>\left  \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right  =  -i  = 1</math> -----</p> <p><math>mes(\widehat{AB}, \widehat{AC}) = \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math>.</p> <p><math>mes(\widehat{AB}, \widehat{AC}) = \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) + 2k\pi = \arg(-i) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math>.</p> <p><math>mes(\widehat{AB}, \widehat{AC}) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}</math>.</p> <p>D'où, une mesure de <math>(\widehat{AB}, \widehat{AC})</math> est <math>-\frac{\pi}{2}</math>. -----</p> <p>b) <math>AB = AC</math> et une mesure de <math>(\widehat{AB}, \widehat{AC})</math> est <math>-\frac{\pi}{2}</math>.  Donc, le triangle <math>ABC</math> est rectangle et isocèle en <math>A</math>. -----</p> <p>4. <math>(\Gamma): z\bar{z} + i(z - \bar{z}) = 7</math>.</p> <p>a) <math>z = x + iy</math>, alors : <math>z\bar{z} = x^2 + y^2</math> et <math>z - \bar{z} = 2iy</math>.  Donc : <math>M \in (\Gamma) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y = 7</math>. -----</p> <p>b) Nature et éléments caractéristiques de <math>(\Gamma)</math>.  <math>x^2 + y^2 - 2y = 7 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 8</math>.  Donc, <math>(\Gamma)</math> est le cercle de centre <math>A</math> et de rayon <math>\sqrt{8}</math>. -----</p>	<p><b>0,25 point</b></p> <p><b>0,5 point</b></p> <p><b>0,25 point</b></p> <p><b>0, 5 point</b></p> <p><b>0,5 point</b></p> <p><b>0,25 point</b></p> <p><b>0, 5 point</b></p> <p><b>0,25 point</b></p> <p><b>0,25 point</b></p> <p><b>0,25 point</b></p>

**EXERCICE 4**  
**( 3,5 points )**

1.



**1 point**

2. a)  $P(D \cap R) = P(D) \times P_D(R) = 0,24$  -----

**0,25 point**

b)  $P(R) = P(A \cap R) + P(C \cap R) + P(D \cap R)$  -----  
 $= 0,435.$

**0,5 point**

c)  $P_R(D) = \frac{P(D \cap R)}{P(R)}$  -----  
 $= \frac{0,24}{0,435} = 0,55.$

**0,5 point**

3. a) L'expérience qui consiste à choisir au hasard un candidat est une épreuve de Bernoulli, dont le Succès est l'évènement  $D \cap R$ . Sa probabilité est 0,24.

On choisit au hasard  $n$  candidats. On obtient ainsi un schéma de -----  
Bernoulli de paramètres  $n$  et  $p$ , avec  $p = 0,24$ .  
Donc,  $X$  suit une loi binomiale.

**0,5 point**

b)  $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - C_n^0 \times (0,24)^0 \times (1 - 0,24)^n$  -----  
 $= 1 - (0,76)^n.$

**0,5 point**

c)  $P(X \geq 1) = 0,855 \Leftrightarrow 1 - (0,76)^n = 0,855$  -----  
On obtient :  $n = 7.$

**0,25 point**

**EXERCICE 5**  
( 4 points )

1. Justification correcte de :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ----- **0,25 point**
2. a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  ----- **0,25 point**
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  ----- **0,25 point**
- b) La courbe  $(C_f)$  admet en  $-\infty$  une branche parabolique de direction celle de  $(OJ)$ . ----- **0,25 point**
3. a) Justification correcte de :  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$ . ----- **0,5 point**
- b) Le signe de  $f'(x)$  est celui de  $g(x)$ .
- On a donc :  $\begin{cases} \forall x \in ]-\infty; \alpha[, f'(x) < 0 \\ \forall x \in ]\alpha; +\infty[, f'(x) > 0 \end{cases}$  ----- **0,25 point**
- D'où :
- $f$  est strictement décroissante sur  $]-\infty; \alpha[$
  - $f$  est strictement croissante sur  $]\alpha; +\infty[$  ----- **0,5 point**
- Tableau de variation de f
- |         |           |             |           |
|---------|-----------|-------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $\alpha$    | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         | 0           | +         |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $f(\alpha)$ | $+\infty$ |
- **0,25 point**
4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$ .
- Donc,  $(D): y = x - 1$  est une asymptote à  $(C_f)$  en  $+\infty$ . ----- **0,25 point**
5. Démonstration correcte de :  $f(\alpha) = \alpha + \frac{2}{\alpha - 1}$  ----- **0,25 point**
6. a)  $\forall x \in \mathbb{R}, P'(x) = [-ax^2 + (2a - b)x + b - c]e^{-x}$  ----- **0,25 point**
- $P'(x) = (x + 1)^2 e^{-x} \Leftrightarrow a = -1, b = -4, c = -5$ .
- D'où :  $P(x) = (-x^2 - 4x - 5)e^{-x}$ . ----- **0,25 point**
- b)  $\mathcal{A} = \int_0^1 [f(x) - (x - 1)] dx \times 4$  ----- **0,25 point**
- $\mathcal{A} = 4 \times \int_0^1 (x + 1)^2 e^{-x} dx$
- $\mathcal{A} = 4 \times [(-x^2 - 4x - 5)e^{-x}]_0^1$
- $\mathcal{A} = 4 \left( 5 - \frac{10}{e} \right) \text{ cm}^2$ . ----- **0,25 point**

	CRITÈRES	INDICATEURS DE PERFORMANCE	BARÈME
EXERCICE 6 ( 5 points )	CM1 : <b>Pertinence</b> Identification du modèle correspondant au problème posé (Interprétation correcte de la situation complexe, pertinence des choix opérés sur les données de la situation)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour répondre à la préoccupation du comptable, je vais utiliser les suites numériques. Je vais :</li> <li>- déterminer une suite numérique <math>(u_n)</math> dont le terme général <math>u_n</math> donne la quantité de noix de cajou achetée en l'an <math>2011 + n</math> (<math>n \geq 0</math>) ;</li> <li>- déterminer le plus petit entier naturel <math>n</math> tel que : <math>u_n &gt; 10000</math>.</li> </ul>	<b>0, 75 point</b>  1 ind sur 3 → 0,25 À partir de 2 ind sur 3 → 0,75  <b>Règle des 2/3</b> $(2/3) \times 3 = 2$
	CM2 : <b>Utilisation correcte des outils mathématiques en situation</b> (concerne les étapes de la démarche) - Choix des outils appropriés - Application correcte des propriétés, règles et définitions	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Détermination une suite numérique <math>(u_n)</math> dont le terme général <math>u_n</math> donne la quantité de noix de cajou achetée en l'an <math>2011 + n</math> (<math>n \in \mathbb{N}</math>). On a : <math>u_0 = 5000</math>. <math display="block">u_1 = u_0 + \frac{5}{100}u_0 = 1,05u_0</math> <math display="block">u_2 = u_1 + \frac{5}{100}u_1 = 1,05u_1</math></li> <li>Ainsi, la suite <math>(u_n)</math> est définie par : <math>\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 1,05u_n</math>.</li> <li>- Précision correcte de la nature de cette suite <math>(u_n)</math> est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme 5000.</li> <li>- Expression correcte de sa formule explicite. <math>\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 5000 \times (1,05)^n</math>.</li> <li>- Présence de l'inéquation : <math>u_n &gt; 10000</math>.</li> <li>- Présence de la valeur minimale de <math>n</math> après résolution de l'inéquation : <math>u_n &gt; 10000 \Rightarrow n &gt; 14,2</math> La valeur minimale de <math>n</math> est 15.</li> </ul>	<b>2, 5 points</b>  1 ind sur 6 → 0,75 2 ind sur 6 → 1,5 3 ind sur 6 → 2 À partir de 4 ind sur 6 → 2,5  <b>Règle des 2/3</b> $(2/3) \times 6 = 4$
	CM3 : <b>Cohérence de la réponse</b> – Cohérence entre les étapes de la démarche – Cohérence dans la démonstration	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Le résultat produit est conforme au résultat attendu (<i>résolution correcte de l'inéquation: <math>u_n &gt; 10000</math>, on obtient : <math>n &gt; 14,2</math></i>).</li> <li>- Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (<i>Formules justes même si le modèle est faux</i>)</li> <li>- La qualité des enchainements de la démarche</li> <li>- La conclusion (<i>La quantité de noix de cajou achetée sera supérieure à 10.000 tonnes en 2026.</i>)</li> </ul>	<b>1, 25 point</b>  1 ind sur 4 → 0,5 2 ind sur 4 → 1 À partir de 3 ind sur 4 → 1,25  <b>Règle des 2/3</b> $(2/3) \times 4 = 2,66$ arrondi à 3
	CP : <b>Critère de perfectionnement</b> (Concision; Originalité, Bonne présentation)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Propreté de la production (<i>Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge</i>)</li> <li>- Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue</li> <li>- Production juste en peu de mots (<i>esprit de synthèse</i>)</li> </ul>	<b>0, 5 point</b>  1 ind sur 3 → 0,25 À partir de 2 ind sur 3 → 0,5  <b>Règle des 2/3</b> $(2/3) \times 3 = 2$