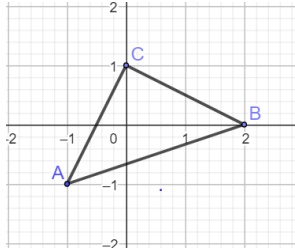
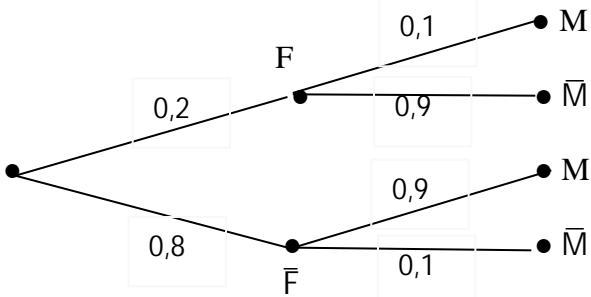


MATHÉMATIQUES

<b>CORRIGÉ – BAREME</b>	Points
<p style="text-align: center;"><b>EXERCICE 1 (2 pts)</b></p> <p>1 – F; 2 -F;3- V ; 4- F .....</p>	(0,5)× 4
<p style="text-align: center;"><b>EXERCICE 2 (2 pts)</b></p> <p>1-A ; 2-B ; 3-C ; 4- D.....</p>	(0.5)× 4
<p style="text-align: center;"><b>Exercice 3 (3 pts)</b></p> <p>1. a) <math>(1 + 2i)^2 = -3 + 4i</math> .....</p> <p>b) <math>P(z) = (z - 2)(z^2 + z + 1 - i)</math> .....</p> <p>c) <math>P(z) = 0 \Leftrightarrow (z - 2)(z^2 + z + 1 - i) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow (z = 2 \text{ ou } z = i \text{ ou } z = -1 - i)</math>  <math>S_C = \{2; -1 - i; i\}</math> .....</p> <p>2. a)</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-around;">  <div style="text-align: right;"> <p>.....</p> <p>b) <math>\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{2 - i}{-1 - 2i} = i</math>                      Donc le triangle ABC est rectangle isocèle en C .....</p> </div> </div>	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>1</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p style="text-align: center;"><b>EXERCICE 4 (3 pts)</b></p> <p>1.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  </div> <p>.....</p> <p>2. <math>p(\bar{F} \cap M) = 0,8 \times 0,9 = \frac{72}{100} = \frac{18}{25}</math> .....</p> <p>3. <math>p(M) = p(\bar{F} \cap M) + p(F \cap M) = \frac{18}{25} + \frac{1}{50} = \frac{37}{50}</math> .....</p> <p>4. a) <math>p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \left(\frac{13}{50}\right)^8 \approx 0,9999791</math> .....</p> <p>b) <math>E(X) = 8 \times \frac{37}{50} = 5,92</math> .....</p> <p>c) Lorsqu'on effectue plusieurs choix de huit élèves de ce lycée, en moyenne presque six élèves ont eu la moyenne au premier trimestre.</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>

### EXERCICE 5 (5 pts)

#### Partie A

1.  $\forall x \in ]-\infty; 0]$ ,  $g'(x) = -\frac{2-x}{(1-x)^2}$ ,  $g'(x) \leq 0$

Par suite,  $g$  est strictement décroissante sur  $]-\infty; 0]$ .

2-  $g$  est strictement décroissante sur  $]-\infty; 0]$  et  $g(0) = 0$  donc pour tout  $x \leq 0$ ,  $g(x) \geq 0$ .

#### Partie B

1- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = f(0)$  donc  $f$  est continue en 0.

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{-\frac{1}{x}} = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \ln(1-x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$  donc  $f$  est dérivable en 0 et  $f'(0) = 0$ .

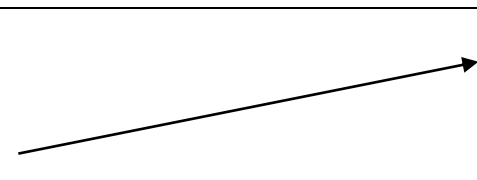
2- a) Justification correcte de :  $\begin{cases} f'(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x}} & \text{si } x > 0 \\ f'(x) = g(x) & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

b) Pour  $x > 0$ ,  $\left(1 + \frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x}} > 0$  et pour  $x \leq 0$ ,  $g(x) \geq 0$  donc  $\forall x \neq 0$ ;  $f'(x) > 0$ .

3- a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ , la courbe (C) de  $f$  admet en  $-\infty$  une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées.

b) Le tableau de variation de  $f$  est le suivant:

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$



4- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \left( e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right) \right] = -\lim_{u \rightarrow 0} \frac{e^u - 1}{u} = -1$ .

**0,5**

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1)) =$

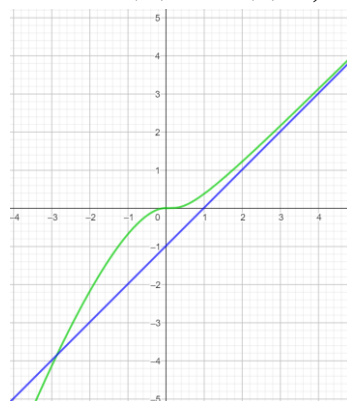
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x \left( e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right) + 1 \right) = -1 + 1 = 0$ . **0,25**

La droite (D) d'équation :  $y = x - 1$  asymptote à la courbe (C) en  $+\infty$ .

c) Pour  $x > 0$ ,  $x \left( e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right) > -1$ ,

$f(x) > x - 1$  : (C) est au-dessus de (D) sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . **0,25**

5- Tracé de (D) et de (C). **0,25 + 0,5**



## EXERCICE 6 (5points)

Critères	Indicateurs	Barème de notation
<b>CM1 : Pertinence</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pour répondre à la préoccupation de cet employé, je vais utiliser les suites numériques.</li> <li>- Je définis les suites géométriques traduisant le prix actualisé du véhicule d'une part et le capital acquis par l'employé d'autre part.</li> <li>- J'écris leurs formules explicites.</li> <li>- Je détermine l'année à partir de laquelle le capital de l'employé est supérieur ou égal au prix actualisé du véhicule.</li> </ul>	<p><b>0,75 point</b></p> <p>1 ind sur 4 → 0,25</p> <p>2 ind sur 4 → 0,5</p> <p>3 ind sur 4 → 0,75</p>
<b>CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Soit <math>u_n</math> le prix actualisé du véhicule à l'année <math>n</math>. On a : <math>u_{n+1} = 0,85u_n</math> et <math>u_0 = 30.000.000</math></li> <li>• Soit <math>v_n</math> le capital acquis par l'employé à l'année <math>n</math>. On a : <math>v_{n+1} = 1,03v_n</math> et <math>v_0 = 6.000.000</math></li> <li>• Les formules explicites : <math>u_n = 30.000.000 \times 0,85^n</math> <math>v_n = 6.000.000 \times 1,03^n</math></li> <li>• Déterminons la valeur minimum de <math>n</math> telle que <math>v_n \geq u_n</math>. <math display="block">v_n \geq u_n \Leftrightarrow \left(\frac{1,03}{0,85}\right)^n \geq 5 \Leftrightarrow \left(\frac{103}{85}\right)^n \geq 5</math> <math display="block">\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(5)}{\ln\left(\frac{103}{85}\right)} \Leftrightarrow n \geq 8,379</math></li> <li>• Conclusion ; L'employé pourra acquérir ce véhicule à la neuvième année d'épargne.</li> </ul>	<p><b>2,5 points</b></p> <p>1 ind sur 5 → 1</p> <p>2 ind sur 5 → 2</p> <p>3 ind sur 5 → 2,5</p>
<b>CM3 : Cohérence de la réponse</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Qualité des enchaînements <math>u_{n+1} = u_n - 0,15u_n = 0,85u_n</math> <math>v_{n+1} = v_n - 0,03v_n = 1,03v_n</math> <math>u_n = u_0 \times 0,85^n</math> <math>v_n = v_0 \times 1,03^n</math></li> <li>• Résultats attendus <math>n \geq 8,379</math> donc <math>n_0 = 9</math></li> <li>• Résultats en adéquation avec la démarche.</li> </ul>	<p><b>1,25 point</b></p> <p>1 ind sur 3 → 0,75</p> <p>2 ind sur 3 → 1,25</p>
<b>C P : Critères de Perfectionnement</b>	Précision (concision), originalité, propreté	<p><b>0,5 point</b></p> <p>1 ind sur 3 → 0,25</p> <p>2 ind sur 3 → 0,5</p>