

BACCALAURÉAT BLANC
AVRIL 2025

SÉRIE C – Coefficient 5
Durée : 4h

CORRIGÉ DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 (2 points)

1. FAUX ; 2. FAUX ; 3. FAUX ; 4. VRAI 0,5 × 4

EXERCICE 2 (2 points)

1. C ; 2. A ; 3. D ; 4. B 0,5 × 4

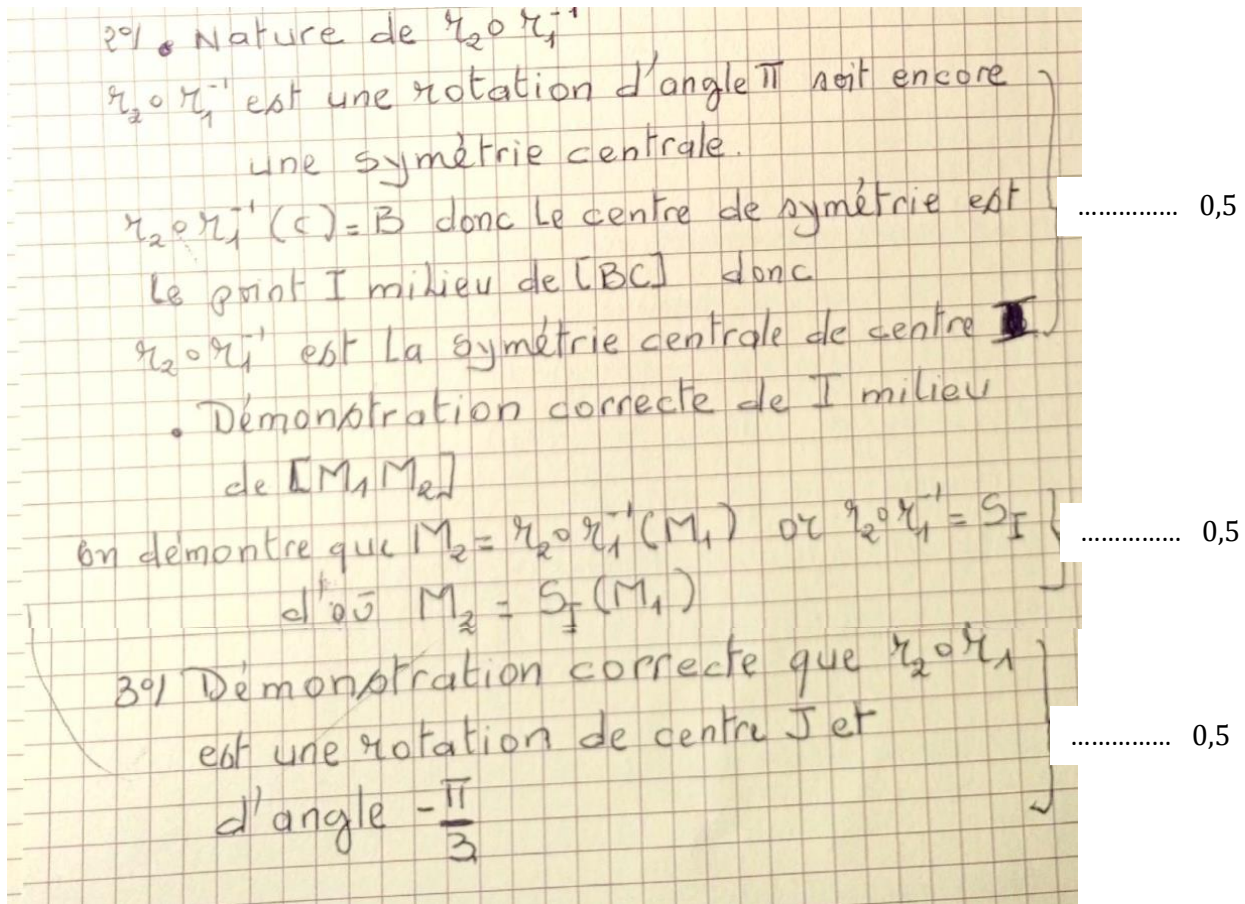
EXERCICE 3 (3 points)

..... 0,25

$r_1 = \mathcal{R}(A, \frac{\pi}{3})$ et $r_2 = \mathcal{R}(B, -\frac{2\pi}{3})$.

1° a) Démonstration correcte que :

- $ABA'C$ est un Losange 0,5
- b) • I milieu de $[AA']$ 0,25
- c) Démonstration correcte que :
B est le milieu de $[AB']$ 0,5

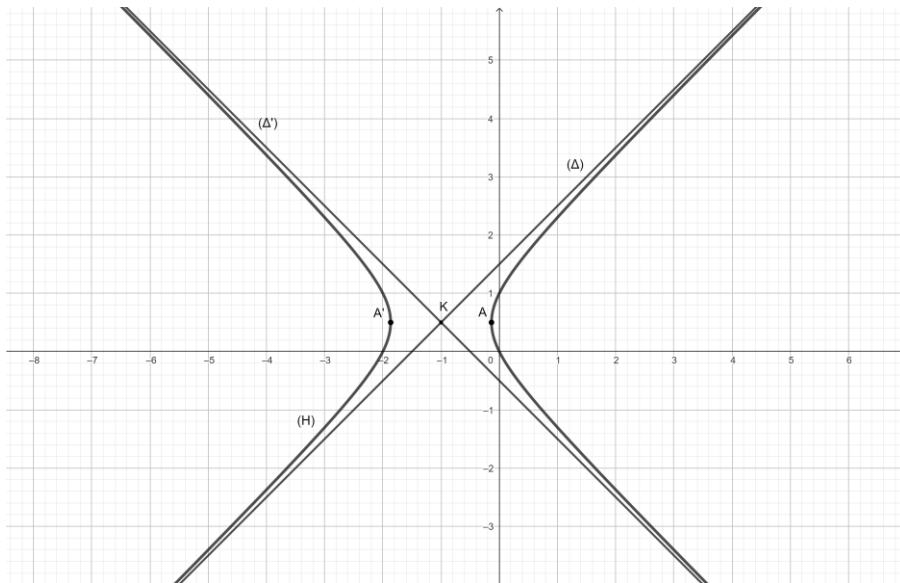


EXERCICE 4 (4 points)

1. a) Justification correcte $\Delta = (2u + i\bar{u})^2$ 0,25
- b) les racines carrées de Δ sont : $-2u - i\bar{u}$ et $2u + i\bar{u}$ 0,25X2
 et $S_C = \{-i\bar{u}; 2u\}$ 0,25
2. a) Forme algébrique de $\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega}$

$$\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega} = \frac{-4xy + 2x - 4y + 4 + i(-2x^2 + 2y^2 - 4x - 2y)}{4x^2 + (2y - 2)^2}$$

$$= \frac{-4xy + 2x - 4y + 4}{4x^2 + (2y - 2)^2} + \frac{-2x^2 + 2y^2 - 4x - 2y}{4x^2 + (2y - 2)^2} i$$
0,5
- b) Démonstration correcte équation réduite de (H)
 $M \in (H) \Leftrightarrow \Omega, N \text{ et } P \text{ sont alignés c'est-à-dire } \frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega} \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
 $Im\left(\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega}\right) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 2y^2 - 4x - 2y = 0$ d'où le résultat0,5
- c) Démonstration correcte0,5
- d) Justification correcte0,5
- e) Les sommets $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1; \frac{1}{2}\right)$ et $A'\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - 1; \frac{1}{2}\right)$ 0,25
 Équation cartésienne des asymptotes : $(\Delta) : y = x + \frac{3}{2}$ et $(\Delta') : y = -x - \frac{1}{2}$ 0,25
- f) Construction de (H) 0,5



EXERCICE 5 (4 points)

Soit n un entier naturel non nul.

Soit n un nombre entier naturel non nul et f_n la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f_n(x) = (1 - x)^n e^{-x}$

On désigne par (C_n) la courbe représentative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

PARTIE A

1°) a°) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$ et Justification 0,25

b°) Interprétation graphique
 La droite d'équation $J=0$ i.e (OI) est une asymptote à la courbe (C_n) en $+\infty$... 0,25

2°) a°) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x) = +\infty$ et Justification 0,25

b°) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f_n(x)}{x} = 0$ et Justification 0,25

c°) Interprétation graphique
 (C_n) admet une branche Parabolique de direction celle de (OI) en $-\infty$ 0,25

3°) a° Dérivée: correctement démontrée 0,25

b° Étude des variations

$$\forall x \in \mathbb{R} f'_n(x) = (1-x)^{n-1} (x-n-1) e^{-x}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} f'_n(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = n+1$$

- si n est pair alors $n-1$ est impair

Le signe de $f'_n(x)$ est celui de $(1-x)(x-n-1)$ car $e^{-x} > 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x \in]-\infty; 1[\cup]n+1; +\infty[f'_n(x) < 0 \\ \forall x \in]1; n+1[f'_n(x) > 0 \end{array} \right.$$

donc; f_n est strictement décroissante sur $]-\infty; 1[$ et sur $]n+1; +\infty[$

f_n est strictement croissante sur $]1; n+1[$

..... 0,25

- si n est impair alors $n-1$ est Pair

Le signe de $f'_n(x)$ est celui de $x-n-1$ car

$$\forall x \in \mathbb{R} (1-x)^{n-1} \geq 0 \text{ et } e^{-x} > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x \in]-\infty; n+1[f'_n(x) \leq 0 \\ \forall x \in]n+1; +\infty[f'_n(x) > 0 \end{array} \right.$$

donc: f_n est décroissante sur $]-\infty; n+1[$

f_n est strictement croissante sur $]n+1; +\infty[$

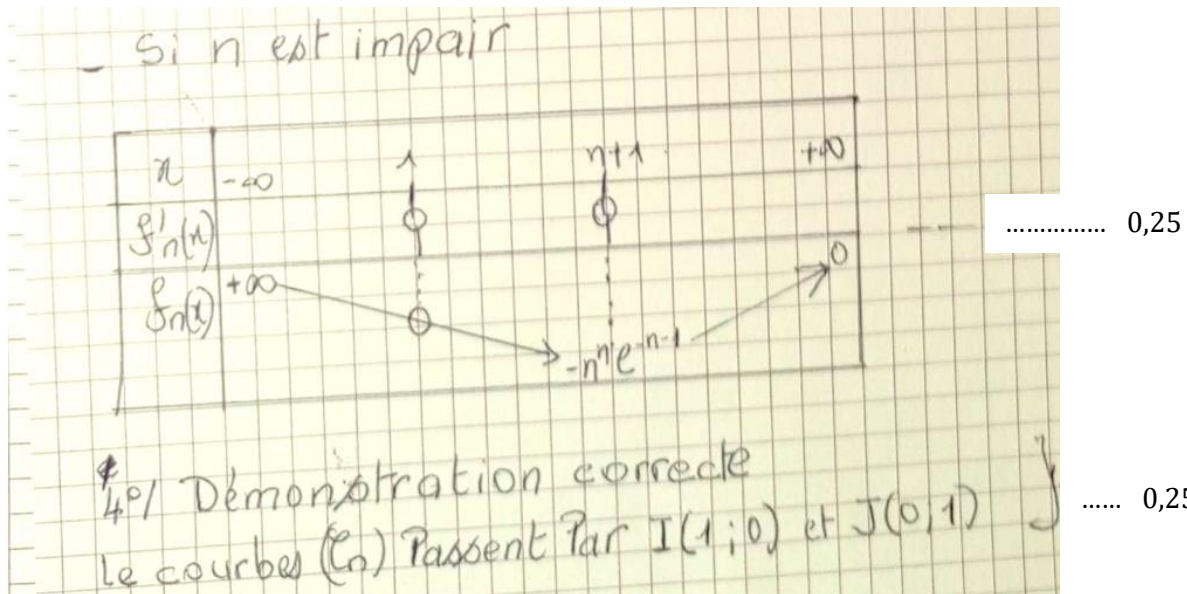
... 0,25

Tableau de variation

- si n Pair

x	$-\infty$	1	$n+1$	$+\infty$
$f'_n(x)$	-	0	+	0
$f_n(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	\searrow
		0	$n^n e^{-n-1}$	0

..... 0,25



PARTIE B

1a) Calcul correcte de I_1 0,25

b) Démonstration correcte 0,25

• Dédution correcte de I_2 0,25

2.a) $\forall x \in [0;1] \quad 0 \leq (1-x)^n e^{-x} \leq e^{-x}$
 $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n!} \int_0^1 e^{-x} dx$ 0,25

b) Dédution de $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$
 on démontre que
 $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 0 \leq I_n \leq \frac{1-e^{-1}}{n!}$ } 0,25

Puis que $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$

EXERCICE 6 (5 points)

CRITERES	INDICATEURS DE PERFORMANCE	BARÈME
CM1 : Pertinence Identification du modèle correspondant au problème posé (Interprétation correcte de la situation complexe, pertinence des choix opérés sur les données de la situation)	- Pour répondre à la préoccupation de mon ami, je vais utiliser des notions de la leçon : PPCM et PGCD de deux entiers relatifs. Pour cela, je vais : <ul style="list-style-type: none"> - Choisir les inconnues et faire une mise en équation - Résoudre dans \mathbb{Z}^2 une équation de la forme : $ax + by = c$ - Déterminer le nombre exact de camions citernes du $14 m^3$ et de $23 m^3$ 	0,75 point 1 ind sur 4 → 0,25 2 ind sur 4 → 0,5 À partir de 3 ind sur 4 → 0,75 Règle des 2/3 $\left(\frac{2}{3}\right) \times 4 = 2,66$, arrondi à 3
CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation (concerne les étapes de la démarche) <ul style="list-style-type: none"> - Choix des outils appropriés - Application correcte des propriétés, règles et définitions 	<ul style="list-style-type: none"> • Choix des inconnues et mise en équation - Soit x le nombre de camions citernes de $14 m^3$ et y le nombre de camions citernes de $23 m^3$ - Présence de l'équation suivante (E) : $14x + 23y = 500$ • Résolution dans \mathbb{Z}^2 de l'équation (E) : $14x + 23y = 500$ <ul style="list-style-type: none"> - Justification correcte que l'équation admet des solutions des \mathbb{Z}^2. - Présence d'une solution particulière $(x_0; y_0)$ de (E) (on pourra utiliser l'algorithme d'Euclide). - Présence des solutions : $x = 23k + x_0$ et $y = -14k + y_0$, $k \in \mathbb{Z}$ - Présence de la vérification (réciproque) - Présence de l'ensemble des solutions dans \mathbb{Z}^2 : $S_{\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}} = \{(23k + x_0; -14k + y_0), k \in \mathbb{Z}\}$ 	2,5 points 1 ind sur 7 → 0,5 2 ind sur 7 → 1 3 ind sur 7 → 1,5 4 ind sur 7 → 2 À partir de 5 ind sur 7 → 2,5 Règle des 2/3 $\left(\frac{2}{3}\right) \times 7 = 4,66$ arrondi à 5
CM3 : Cohérence de la réponse <ul style="list-style-type: none"> - Cohérence entre les étapes de la démarche - Cohérence dans la démonstration 	<ul style="list-style-type: none"> - Le résultat produit est conforme au résultat attendu (résolution correcte de l'équation: $x = 23k + x_0$ et $y = -14k + y_0$, $k \in \mathbb{Z}$.) - Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (Formules justes même si le modèle est faux) - La qualité des enchaînements de la démarche - La conclusion (Le nombre de camions citernes de $14 m^3$ est 16 et le nombre de camions citernes de $23 m^3$ est 12) 	1,25 point 1 ind sur 4 → 0,5 2 ind sur 4 → 1 À partir de 3 ind sur 4 → 1,25 Règle des 2/3 $\frac{2}{3} \times 4 = 2,66$ arrondi à 3
CP : Critère de perfectionnement (Concision; Originalité, Bonne présentation)	<ul style="list-style-type: none"> - Propreté de la production (Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge) - Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue - Production juste en peu de mots (esprit de synthèse) 	0,5 point 1 ind sur 3 → 0,25 À partir de 2 ind sur 3 → 0,5 Règle des 2/3 $\frac{2}{3} \times 3 = 2$