BACCALAUREAT TECHNIQUE BLANC				
Série : F2-F3-H4-H5	**Durée : 3H00**	**Coefficient : 3**	**Feuille : 1/3**	**Session** : Avril 2025
Epreuve de : MATHEMATIQUES				

Exercice1 :(5pts)

1 Soit l'équation (E) :$z^3 - 2(3+i)z^2 + (8+9i)z + 3 - 9i = 0$.

a-Montrer que l'équation (E) admet une racine réelle z_0 que l'on déterminera et calculer les deux autres racines z_1 et z_2 avec $|z_1| > |z_2|$. (0,5pt+1pt)

b –On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 3$; $z_B = 3 + i$ et $z_c = i$ dans le plan P rapporté à un repère orthonormé $(0,\vec{u},\vec{v})$.

Placer ces points dans le repère puis montrer que la quadrilatère OABC est un rectangle. (0,5pt+1pt)

2 Soit l'application f : P→ P ; $M(z) \to M'(z')$ avec z'= (1+i) z-3i.

a-Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f. (0,5pt+1pt)

b-Soit O', B', C' les images respectives des points O, B, C par f.

Quelle est la nature du quadrilatère $O'AB'C'$? (0,5pt)

Exercice2 : (5pts)

On considère l'endomorphisme f de IR^3 défini dans la base $\beta = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ par :

$$f(\vec{e}_1) = \vec{e}_1 + \vec{e}_3$$
$$f(\vec{e}_2) = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$$
$$f(\vec{e}_3) = \vec{e}_1 + \vec{e}_3$$

1 Donner la matrice M de f dans la base β. (1pt)

2 Déterminer l'expression analytique de f. (1pt)

3-a) Déterminer le noyau de f et en donner une base. (1,5pt)

b) Déterminer l'image de f et en donner une base. (1,5pt)

BACCALAUREAT TECHNIQUE BLANC				
Série : F2-F3-H4-H5	Durée : 3H00	Coefficient : 3	Feuille : 2/3	Session : Avril 2025
Epreuve de : MATHEMATIQUES				

Exercice3 : (7pts)

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2x\ln x \text{ si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

Partie A :

On considère la fonction numérique g définie sur $]0;+\infty[$ par : g(x)= x-1-2ln x.

1- Calculer les limites respectives de g en 0 et en $+\infty$. (0,25pt+0,25pt)

2- On admet que la fonction g est dérivable sur $]0;+\infty[$.

a- Déterminer $g'(x)$ et étudier son signe. (0,5pt+0,5pt)

b- Déduire le sens de variation de g et dresser son tableau de variations. (0,25pt+0,5pt)

3- Vérifier que g(1)=0. (0,25pt)

4- Démontrer qu'il existe un unique réel α tel que $\alpha \epsilon]3;4[$ et $g(\alpha) = 0$. (0,25pt)

Partie B :

1- Démontrer que la fonction f est continue à droite en 0. (0,25 pt)

2- La fonction f est –elle dérivable à droite en 0 ? Justifier puis en donner une interprétation géométrique. , (0,25pt+0,25pt+0,25pt)

3- Calculer la limite de f en $+\infty$. (0,25pt)

4 -Calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$ puis interpréter graphiquement ce résultat. (0,25pt+0,25pt+0,25pt)

5-la fonction f est dérivable sur $]0,+\infty[$.

a- Démontrer que $\forall x \in]0,+\infty[$; $f'(x) = g(x)$. (0,25pt)

b- En utilisant les résultats de la partie A, déterminer le signe de f'. (0,25pt)

c- Dresser le tableau de variation de f. (0,5pt)

6-Tracer la courbe (C_f). (0,5pt

7- Soit t un nombre réel tel que : $0 < t < 1$.

a- En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire $A(t)$ de la partie du plan comprise entre la courbe (C_f) et les droites d'équations $x = t$ et $x = 1$. (0,5pt)

b-Calculer la limite de $A(t)$ quand t tend vers 0. (0,25pt)

Exercice4 : (3pts)

Pour ne marque de téléphone portable donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées, le GPS et WIFI. Sur l'ensemble des téléphones portables, 40% possedent l'option GPS. Parmi les téléphones avec option GPS, 60% ont l'option WIFI.

On choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :

G :≪ le téléphone possède l'option GPS≫.

W :≪ le téléphone possède l'option WIFI≫.

1- Calculer les probabilités $P(G)$ et $P_G(W)$. (0,75pt+0,75pt)
2- Déterminer la probabilité de l'événement ≪ le téléphone possède les deux options≫.
   On suppose que la probabilité de W est $P(W)$=0,7. (0,75pt)
3- Démontrer que $P_{\overline{G}}(W) = \frac{23}{30}$. (0 ,75pt)

Corrigé baccalauréat technique blanc

Epreuve: Mathématiques

Série: F2-F3-H4-H5

Exercice 1:

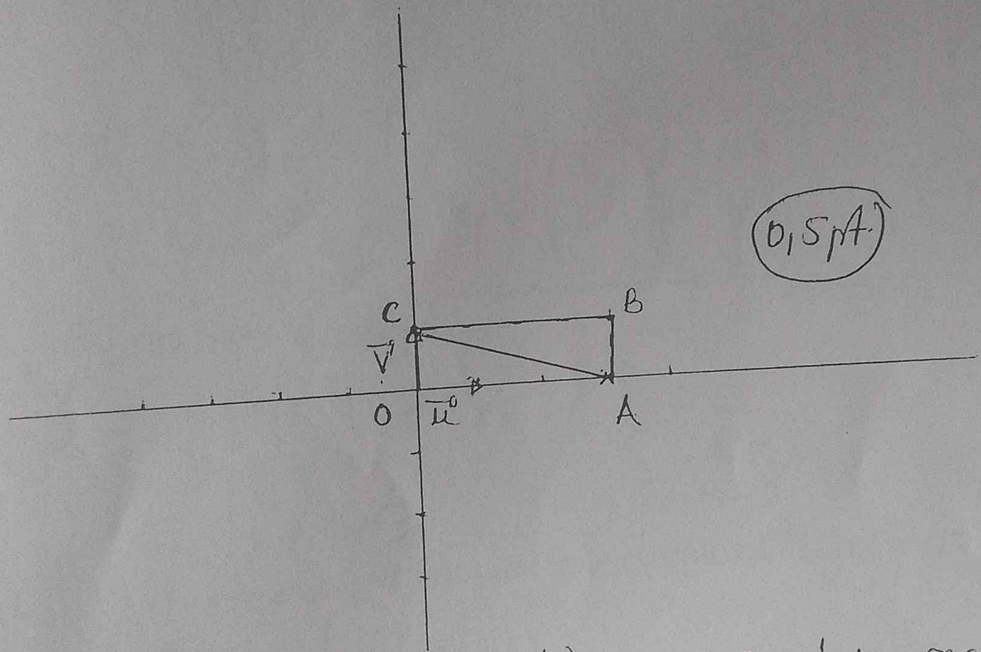
1- (E): $z^3 - 2(3+i)z^2 + (8+9i)z + 3 - 9i = 0$

a- $z_0 = 3$ / (0,5pt)

$z_1 = 3+i$ / (0,5pt) et $z_2 = i$ / (0,5pt)

b- Plaçons A, B et C dans le repère

$z_A = 3$; $z_B = 3+i$ et $z_C = i$



(0,5pt)

Le quadrilatère OABC est un rectangle.

Montrons que le quadrilatère OABC est un rectangle

$z_{\vec{OA}} = 3$ et $z_{\vec{CB}} = 3 \iff \vec{OA} = \vec{CB}$, alors OABC est un rectangle

$OB = AC = \sqrt{10}$ (2)

(1) et (2) $\iff$ OABC est un rectangle. (1pt)

2- f : $z' = (1+i)z - 3i$

$a = 1+i$ et $|a| = \sqrt{2}$ alors f est une S.P.D. (0,5pt)

* Rapport : $k = \sqrt{2}$ (0,25pt)

* Angle : $\theta = \frac{\pi}{4}\ [2\pi]$ (0,25pt)

* Centre : $z_\Omega = \frac{b}{1-a} = 3 = z_A$ (0,25pt)

D'où $\boxed{f = S(A, \sqrt{2}, \frac{\pi}{4})}$ (0,25pt)

Nature du quadrilatère $O'AB'C'$ $f(O)=O'$

$= \overrightarrow{CB}$ car $OABC$ est un parallélogramme. $f(B)=B'$ et $f(C)=C'$

$\Rightarrow \overrightarrow{O'A} = \overrightarrow{C'B'}$ car f conserve l'équipollence.

$OABC$ est un rectangle $\Leftrightarrow (OA)\perp(OC)$, alors $(O'A)\perp(O'C')$

$\begin{cases} \overrightarrow{O'A} = \overrightarrow{C'B'} \\ (O'A)\perp(O'C') \end{cases} \Rightarrow O'AB'C'$ est un rectangle. (0,5pt)

Solution 2 :

$$\begin{cases} f(\vec{e_1}) = \vec{e_1} + \vec{e_3} \\ f(\vec{e_2}) = \vec{e_1} + \vec{e_2} \\ f(\vec{e_3}) = \vec{e_1} + \vec{e_3} \end{cases}$$

1- Matrice M de f

$$M_f = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ (1pt)

2- Expression analytique.

$$\begin{cases} x' = x+y+z \\ y' = y \\ z' = x+z \end{cases}$$ (1pt)

3/a - Déterminons le noyau et donnons une base.

$Ker f = \{ \vec{u} \in \mathbb{R}^3 \mid f(\vec{u}) = \vec{0}_{\mathbb{R}^3} \}$

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ y=0 \\ x+z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+z=0 \\ y=0 \end{cases}$$ (1pt)

Soit $\vec{u} = (x,y,z) = (x, 0, -x) = x\vec{e_1}$ avec $\vec{e_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Le noyau de f est une droite vectorielle engendrée par le vecteur $\vec{e_1} = \vec{i} - \vec{k}$. (0,5pt)

b- Déterminons l'image de f et donnons une base.

$Im f = \{ \vec{u'} \in \mathbb{R}^3, \exists \vec{u} \in \mathbb{R}^3 \mid f(\vec{u}) = \vec{u'} \}$

$$\begin{cases} x+y+z = x' \\ y = y' \\ \ldots \end{cases} \Rightarrow x' = y' + z'$$ (1pt)

$(y+z; y; z) = y(1,1,0) + z(1;0;1)$

$= y\vec{e_1} + z\vec{e_2}$ avec $\vec{e_1}(1;1;0)$ et $\vec{e_2}(1;0;1)$

Image de f est une plan vectoriel d'equation $x-y-z=0$ engendré par les vecteurs $\vec{e_1} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{e_2} = \vec{i} + \vec{k}$. (0,5pt)

Solution 2 :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2}{2} + x - 2x\ln x \text{ si } x > 0. \\ f(0) = 0. \end{cases}$$

Partie A : $g(x) = x - 1 - 2\ln x$

$\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = +\infty$ (0,25pt) $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ (0,25pt)

- g dérivable sur $]0;+\infty[$
- Déterminons $g'(x)$

$g'(x) = 1 - \dfrac{2}{x} \Rightarrow g'(x) = \dfrac{x-2}{x}$ (0,5pt)

signe de $g'(x)$

Posons $g'(x) = 0 \Rightarrow x - 2 = 0$ car $x > 0$

$\Rightarrow x = 2$

x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

$\forall x \in]0,2[$; $g'(x) < 0$ (0,25pt)

$\forall x \in]2;+\infty[$; $g'(x) > 0$ (0,25pt)

- Déduisons le sens de variation de g.

$x \in]0;2[$; g est strictement décroissante

$x \in]2;+\infty[$; g est strictement croissante. (0,25pt)

T.V de g.

x	0		1		2		α		$+\infty$
$g'(x)$		$-$			0		$+$		
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-0,39$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

$g(2) = -0,39$

(0,5pt)

- Vérifions que $g(1) = 0$

$g(1) = 1 - 1 - 2\ln 1 \Rightarrow g(1) = 0$ (0,25pt) montrons qu'il existe un unique réel $\alpha \in]3;4[$ et $g(\alpha)=0$

g est continue et strictement croissante sur $]3;4[$, elle réalise une bijection sur $]3,4[$ vers $]g(3);g(4)[$

avec $g(3)=-0,10$ et $g(4)=0,22$

$0 \in]g(3);g(4)[\Rightarrow \alpha \in]3,4[$

comme $g(3)\times g(4)<0$, alors $g(\alpha)=0$. (0,25pt)

Partie B:

- Démontrons que f est continue à droite en 0.

$f(0)=0$ existe et $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=0$ (0,25pt)

alors f est continue en 0.

- Vérifions si f est dérivable à droite en 0.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim_{x\to 0^+}\left(\frac{x}{2}+1-\ln x\right) = +\infty$$ (0,50pt)

f n'est pas dérivable à dte en 0.

La courbe (C) de f admet au point $O(0;0)$ une demi-tangente parallèle à l'axe des ordonnées d'équation $x=0$ (0,25pt)

- Calculons $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} x\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{x}-2\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty$$ (0,25pt)

- Calculons $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to +\infty} x\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{x}-2\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty$$ (0,5pt)

La courbe (C) de f admet une branche parabolique de direction (Oy) au voisinage de $+\infty$. (0,25)

5- a/ Démontrons que $\forall x \in]0,+\infty[$; $f'(x)=g(x)$.

$f(x)=\frac{x^2}{2}+x-2x\ln x$

$f'(x)=x+1-2(\ln x+1)$ (0,25pt)

$\Rightarrow \forall x \in]0,+\infty[$; $f'(x)=g(x)$.

b- Déterminons le signe de f'

Le signe de f' dépend de celui de g d'après A.

$\forall x \in]0,1[\cup]\alpha,+\infty[$; $g(x)>0$ alors $f'(x)>0$. (0,25pt)

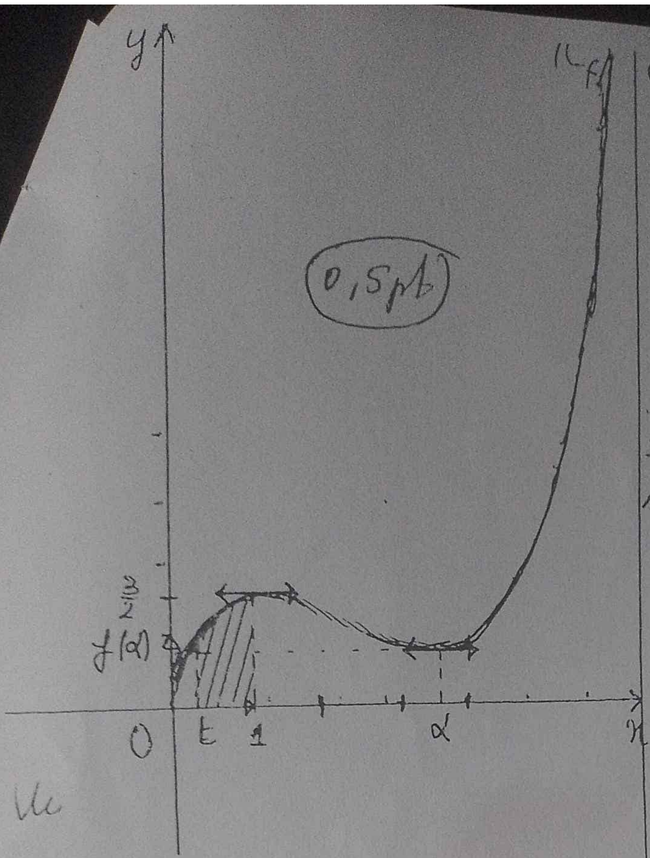
$\forall x \in]1,\alpha[$; $g(x)<0$ alors $f'(x)<0$

c- Dressons le tableau de variation de f.

x	0		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	0	↗	$\frac{3}{2}$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

(0,5pt)

6- Traçons (C_f)



$0 < t < 1$.

1 - Calculons l'aire $A(t)$.

$A(t) = \int_t^1 f(x)\,dx$ U.a.

$A(t) = \int_t^1 \left(\frac{x^2}{2} + x - 2x\ln x\right)dx$ U.a

$A(t) = \left[\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2}\right]_t^1 - 2\int_t^1 x\ln x\,dx$

Posons $A_1(t) = \int_t^1 x\ln x\,dx$.

Par une intégration parties

posons : $u = \ln x$, $u' = \frac{1}{x}$

$v' = x$, $v = \frac{x^2}{2}$.

$A_1(t) = \left[\frac{x^2}{2}\ln x - \frac{1}{4}x^2\right]_t^1$

Alors :

$A(t) = \left[\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} - x^2\ln x + \frac{1}{2}x^2\right]_t^1$ U.a

$A(t) = \left[\frac{x^3}{6} + x^2 - x^2\ln x\right]_t^1$ U.a

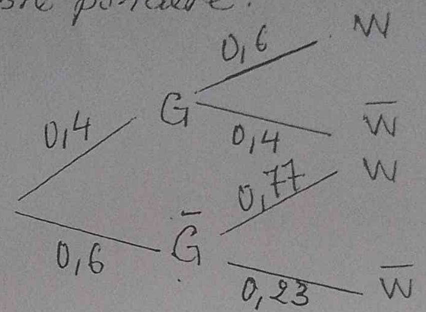
$A(t) = \left(\frac{7}{6} - \frac{t^3}{6} - t^2 + t^2\ln t\right)$ U.a

b) Calculons $\lim_{t\to 0} A(t)$ (0,5pt)

$\lim_{t\to 0} A(t) = \frac{7}{6}$ (0,25pt)

Solution 4 :

Arbre pondéré.



1- Calculons $P(G)$ et $P_G(W)$ (0,75pt)

$P(G) = \frac{40}{100} \Rightarrow P(G) = 0,4$

$P_G(W) = \frac{60}{100} \Rightarrow P_G(W) = 0,6$ (0,75pt)

2- Déterminons $P(G\cap W)$

$P(G\cap W) = P(G)\times P_G(W)$

$P(G\cap W) = 0,4 \times 0,6$ (0,75pt)

$P(G\cap W) = 0,24$

3- Démontrons que $P_{\overline{G}}(W) = \frac{23}{30}$

$P_{\overline{G}}(W) = \frac{P(\overline{G}\cap W)}{P(\overline{G})}$.

or $P(\overline{G}) = 1 - P(G) = 1 - 0,4 = 0,6$.

$P(W) = P(G\cap W) + P(\overline{G}\cap W)$

$\Rightarrow P(\overline{G}\cap W) = -P(W\cap G) + P(W)$

$P(\overline{G}\cap W) = 0,7 - 0,24 = 0,46$

$P_{\overline{G}}(W) = \frac{0,46}{0,6} \Rightarrow P_{\overline{G}}(W) = \frac{46}{60}$

D'où $\boxed{P_{\overline{G}}(W) = \frac{23}{30}}$ (0,75pt)