

CORRIGÉ DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 (2 points)

1. FAUX ; 2. FAUX ; 3. VRAI ; 4. VRAI 0,5 × 4

EXERCICE 2 (2 points)

1. C ; 2. D ; 3. C ; 4. A 0,5 × 4

EXERCICE 3 (5 points)

1. Nombres de résultats possibles

Soit Ω l'univers associé à notre expérience aléatoire.

Un tirage simultané de 4 parmi 19.

$Card(\Omega) = C_{19}^4 = 3\ 876$ 1

le nombre de résultats possibles est 3 876 .

2.

lettres	B	C	D	E	L	M	O	S	U
Nombres	1	3	1	3	2	1	2	4	2

..... 1

3. Démontre que $P(V) = \frac{231}{646}$

Nous avons 7 cartons qui portent des voyelles et 12 cartons qui portent des consonnes

$P(V) = \frac{card(V)}{card(\Omega)} = \frac{C_7^2 \times C_{12}^2}{C_{19}^4} = \frac{1386}{3876} = \frac{231}{646}$ 1

4. a) Justification correcte. 0,5

b) La loi de probabilité de X

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{495}{3876}$	$\frac{1540}{3876}$	$\frac{1386}{3876}$	$\frac{420}{3876}$	$\frac{35}{3876}$

..... 1

c) $E(X) = \frac{5712}{3876} = \frac{28}{19} = 1,47$ 0,5

EXERCICE 4 (6 points)

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ 0,5

b) La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à (C) 0,5

2. a) Pour tout x de $]0; +\infty[$, $f(x) = x \left(\frac{2}{x} - 1 + \frac{\ln x}{x} \right)$ 0,5

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{2}{x} - 1 + \frac{\ln x}{x} \right) = -\infty$ 0,5

3. a) Pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{1-x}{x}$ 0,5

b) $\forall x \in]0; 1[$, $f'(x) > 0$ 0,5
 $\forall x \in]1; +\infty[$, $f'(x) < 0$

c)

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$

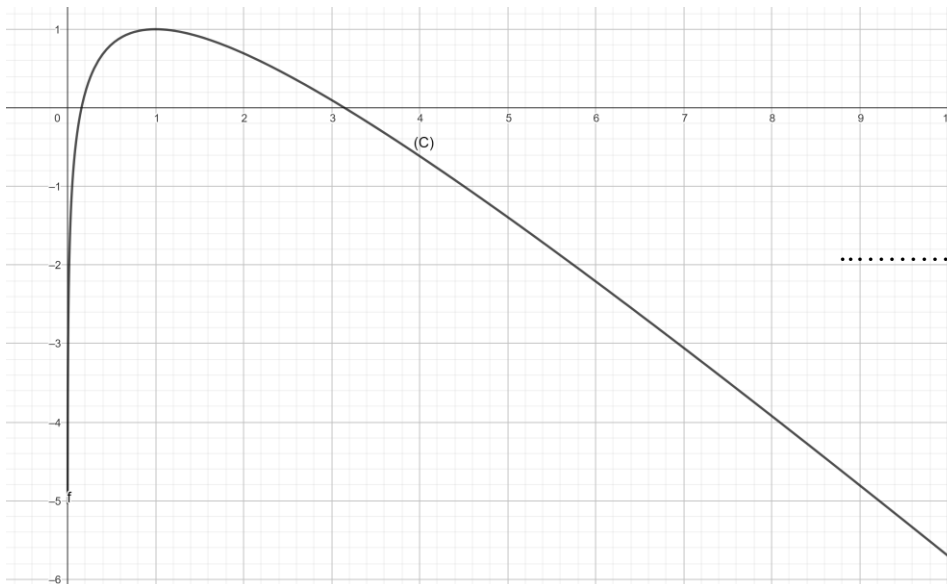
..... 0,5

4. a)

x	0,25	0,5	1	2	3	4	6	8	10
$f(x)$	0,4	0,8	1	0,7	0,1	-0,6	-2,2	-3,9	-5,7

..... $0,25 \times 4$

b) Construction de (C) sur $]0; 10]$.



..... 0,5

5. a) $\forall x \in]0; +\infty[$, $F'(x) = 2 - x + \ln x$ 0,5
 Donc F est une primitive de f sur $]0; +\infty[$.

b) $\mathcal{A} = \int_1^e f(x) dx \times 1 \text{ cm}^2$
 $\mathcal{A} = [F(x)]_1^e = F(e) - F(1) = \left(2e - \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \right) \text{ cm}^2$ 0,5

EXERCICE 5 (5 points)

Critère	Indicateurs	Total des points																														
CM 1 Pertinence	<ul style="list-style-type: none"> - Pour répondre à la préoccupation du chef d'entreprise, je vais utiliser des notions de la leçon : Statistiques à deux variables. Pour cela, je vais : <ul style="list-style-type: none"> - Partager la série de données en deux séries de deux variables - Calculer les coordonnées des points moyens des deux séries. - Déterminer une équation de la droite de MAYER (ou des moindres carrés) de y en x - Calculer la masse d'essence nécessaire. 	<p>0,75 point</p> <p>1 ind sur 5 → 0,25 2 ind sur 5 → 0,5</p> <p>À partir de 3 ind sur 5 → 0,75</p> <p>Règle des 2/3 $\left(\frac{2}{3}\right) \times 5 = 3,33$ arrondi à 3</p>																														
CM 2 Utilisation correcte des outils mathématiques	<ul style="list-style-type: none"> - Présence de la série 1 <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="5">Série 1</th> </tr> <tr> <th>x_i</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y_j</td> <td>41</td> <td>68</td> <td>55</td> <td>80</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> - Présence de la série 2 <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="5">Série 2</th> </tr> <tr> <th>x_i</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y_j</td> <td>95</td> <td>104</td> <td>100</td> <td>122</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> - Calcul correct des coordonnées du point moyen G_1 de la série 1 : $G_1 \left(\begin{smallmatrix} 2,5 \\ 61 \end{smallmatrix} \right)$ - Calcul correct des coordonnées du point moyen G_2 de la série 2 : $G_2 \left(\begin{smallmatrix} 6,5 \\ 105,25 \end{smallmatrix} \right)$ - Présence d'une équation de la droite de Mayer (ou des moindres carrés : $y = 10,58x + 35,5$) - Calcul de la valeur de x pour $= 200$. 	Série 1					x_i	1	2	3	4	y_j	41	68	55	80	Série 2					x_i	5	6	7	8	y_j	95	104	100	122	<p>2,5 points</p> <p>1 ind sur 6 → 0,75 2 ind sur 6 → 1,25 3 ind sur 6 → 2</p> <p>À partir de 4 ind sur 6 → 2,5</p> <p>Règle des 2/3 $\left(\frac{2}{3}\right) \times 6 = 4$</p>
Série 1																																
x_i	1	2	3	4																												
y_j	41	68	55	80																												
Série 2																																
x_i	5	6	7	8																												
y_j	95	104	100	122																												
CM3 Cohérence des réponses	<ul style="list-style-type: none"> - Le résultat produit est conforme au résultat attendu (pour $y = 200$, on a : $x = 15,068$) (ou $= 15,5$, avec la méthode des moindres carrés .) - Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (Formules justes même si le modèle est faux) - La qualité des enchainements de la démarche - La conclusion (La masse d'essence nécessaire est 15,068 g) (ou 15,5 g, avec la méthode des moindres carrés .) 	<p>1,25 points</p> <p>1 ind sur 4 → 0,5 2 ind sur 4 → 1</p> <p>À partir de 3 ind sur 4 → 1,25</p> <p>Règle des 2/3 $\left(\frac{2}{3}\right) \times 4 = 2,66$ arrondi à 3</p>																														
CP : critère de perfectionnement	<ul style="list-style-type: none"> - Propreté de la production (Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge) - Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue - Production juste en peu de mots (esprit de synthèse) 	<p>0,5 point</p> <p>1 ind sur 3 → 0,25 À partir de 2 ind sur 3 → 0,5</p> <p>Règle des 2/3 $\left(\frac{2}{3}\right) \times 3 = 2$</p>																														

Critère	Indicateurs	Total des points
CM 1 Pertinence	<ul style="list-style-type: none"> - Pour répondre à la préoccupation du chef d'entreprise, je vais utiliser des notions de la leçon : Statistiques à deux variables. Pour cela, je vais : - Calculer la moyenne de la variable X et celle de la variable. - Calculer la variance de X. - Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés. - Calculer la masse d'essence nécessaire. 	<p>0,75 point</p> <p>1 ind sur 5 → 0,25 2 ind sur 5 → 0,5</p> <p>À partir de 3 ind sur 5 → 0,75</p> <p>Règle des 2/3 $\left(\frac{2}{3}\right) \times 5 = 3,33$ arrondi à 3</p>
CM 2 Utilisation correcte des outils mathématiques	<ul style="list-style-type: none"> - Présence de la moyenne de X : $\bar{x} = 4,5$ - Présence de la moyenne de Y : $\bar{y} = 83,125$ - Calcul correct de la variance de X : $V(X) = 5,25$ - Calcul correct de la covariance de x et y : $cov(x; y) = 55,56$ - Présence d'une équation de la droite d'ajustement de y en x : $y = 10,58x + 35,5$ - Calcul de la valeur de x pour $y = 200$. 	<p>2,5 points</p> <p>1 ind sur 6 → 0,75 2 ind sur 6 → 1,25 3 ind sur 6 → 2</p> <p>À partir de 4 ind sur 6 → 2,5</p> <p>Règle des 2/3 $\left(\frac{2}{3}\right) \times 6 = 4$</p>
CM3 Cohérence des réponses	<ul style="list-style-type: none"> - Le résultat produit est conforme au résultat attendu (<i>pour = 200, on a : $x = 15,5$</i>) - Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (<i>Formules justes même si le modèle est faux</i>) - La qualité des enchainements de la démarche - La conclusion (<i>La masse d'essence nécessaire est 15,5 g</i>) 	<p>1,25 points</p> <p>1 ind sur 4 → 0,5 2 ind sur 4 → 1</p> <p>À partir de 3 ind sur 4 → 1,25</p> <p>Règle des 2/3 $\left(\frac{2}{3}\right) \times 4 = 2,66$ arrondi à 3</p>
CP : critère de perfectionnement	<ul style="list-style-type: none"> - Propreté de la production (<i>Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge</i>) - Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue - Production juste en peu de mots (<i>esprit de synthèse</i>) 	<p>0,5 point</p> <p>1 ind sur 3 → 0,25 À partir de 2 ind sur 3 → 0,5</p> <p>Règle des 2/3 $\left(\frac{2}{3}\right) \times 3 = 2$</p>