BACCALAURÉAT BLANC
AVRIL 2025

SÉRIE C – Coefficient 5
Durée : 4h

CORRIGÉ DE MATHÉMATIQUES

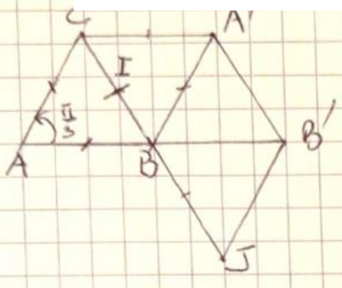
EXERCICE 1 *(2 points)*

1. FAUX ; 2. FAUX ; 3. FAUX ; 4. VRAI .... 0,5 × 4

EXERCICE 2 *(2 points)*

1. C ; 2. A ; 3. D ; 4. B .... 0,5 × 4

EXERCICE 3 *(3 points)*



.... 0,25

$r_1 = R(A, \frac{\pi}{3})$ et $r_2 = R(B, -\frac{2\pi}{3})$

1°/ a°/ Démonstration correcte que :

. ABA'C est un Losange ---- 0,5

b) . I milieu de [AA'] ---- 0,25

c) Démonstration correcte que:

B est le milieu de [AB'] ---- 0,5

2°/ • Nature de $r_2 \circ r_1^{-1}$

$r_2 \circ r_1^{-1}$ est une rotation d'angle π soit encore une symétrie centrale.

$r_2 \circ r_1^{-1}(C) = B$ donc le centre de symétrie est le point I milieu de [BC] donc

$r_2 \circ r_1^{-1}$ est la symétrie centrale de centre I …………… 0,5

• Démonstration correcte de I milieu de $[M_1M_2]$

On démontre que $M_2 = r_2 \circ r_1^{-1}(M_1)$ or $r_2 \circ r_1^{-1} = S_I$

d'où $M_2 = S_I(M_1)$ …………… 0,5

3°/ Démonstration correcte que $r_2 \circ r_1$ est une rotation de centre J et d'angle $-\frac{\pi}{3}$ …………… 0,5

EXERCICE 4 ***(4 points)***

1. a) Justification correcte $\Delta = (2u + i\bar{u})^2$ ……………………………………………………………0,25

   b) les racines carrées de Δ sont : $-2u - i\bar{u}$ et $2u + i\bar{u}$ …………………………………………0,25X2

   et $S_{\mathbb{C}} = \{-i\bar{u}\ ;\ 2u\}$ ……………………………………………………………………………0,25

2. a) Forme algébrique de $\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega}$

$$\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega} = \frac{-4xy + 2x - 4y + 4 + i(-2x^2 + 2y^2 - 4x - 2y)}{4x^2 + (2y-2)^2}$$

$$= \frac{-4xy + 2x - 4y + 4}{4x^2 + (2y-2)^2} + \frac{-2x^2 + 2y^2 - 4x - 2y}{4x^2 + (2y-2)^2}\, i$$ ……………………………………………………0,5

   b) Démonstration correcte équation réduite de (H)

$M \in (H) \Leftrightarrow \Omega, N\ et\ P$ sont alignés c'est-à-dire $\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega} \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

b)

$Im\left(\frac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega}\right) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 2y^2 - 4x - 2y = 0$ d'où le résultat …………………………0,5

c)

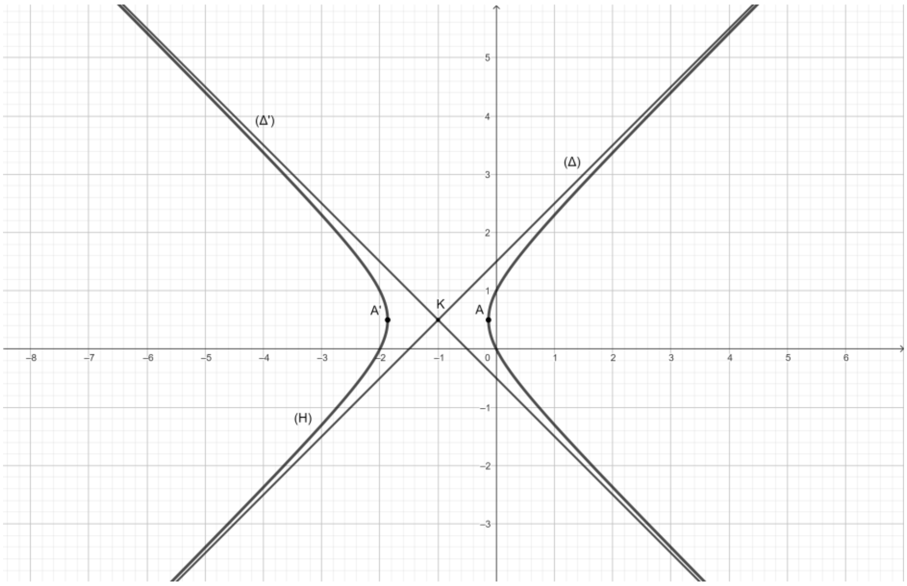
   c) Démonstration correcte ……………………………………………………………………………0,5

   d) Justification correcte ………………………………………………………………………………………0,5

   e) Les sommets $A(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\ ;\ \frac{1}{2})$ et $A'(-\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\ ;\frac{1}{2})$ ……………………………………… 0,25

   Équation cartésienne des asymptotes : $(\Delta) : y = x + \frac{3}{2}$ et $(\Delta') : y = -x - \frac{1}{2}$ ……. 0,25

   f- Construction de (H) ……………………………………………………………………… 0,5



EXERCICE 5 ***(4 points)***

Soit n un entier naturel non nul.

Soit n un nombre entier naturel non nul et f_n la fonction définie sur ℝ par : $f_n(x) = (1 - x)^n e^{-x}$

On désigne par $(\mathcal{C}_n)$ la courbe représentative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

PARTIE A

1°/ a°/ $\lim\limits_{x \to +\infty} f_n(x) = 0$ et Justification 0,25

b°/ Interprétation graphique

La droite d'équation $y = 0$ i.e (OI) est une asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_n)$ en $+\infty$ ... 0,25

2°/ a°/ $\lim\limits_{x \to -\infty} f_n(x) = +\infty$ et Justification 0,25

b°/ $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f_n(x)}{x} = 0$ et Justification 0,25

c°/ Interprétation graphique

$(\mathcal{C}_n)$ admet une branche parabolique de direction celle de (OI) en $-\infty$ 0,25

3°/ a°/ Dérivée correctement démontrée 0,25

b°/ Étude des variations

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'_n(x) = (1-x)^{n-1}(x-n-1)e^{-x}$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad f'_n(x) = 0 \iff x = 1$ ou $x = n+1$

• si n est pair alors $n-1$ est impair

Le signe de $f'_n(x)$ est celui de $(1-x)(x-n-1)$ car $e^{-x} > 0$

$\begin{cases} \forall x \in]-\infty ; 1[\cup]n+1 ; +\infty[& f'_n(x) < 0 \\ \forall x \in]1 ; n+1[& f'_n(x) > 0 \end{cases}$

donc ; f_n est strictement décroissante sur $]-\infty ; 1[$ et sur $]n+1 ; +\infty[$

f_n est strictement croissante sur $]1 ; n+1[$ 0,25

• si n est impair alors $n-1$ est Pair

le signe de $f'_n(x)$ est celui de $x-n-1$ car

$\forall x \in \mathbb{R} \quad (1-x)^{n-1} \geq 0$ et $e^{-x} > 0$

$\begin{cases} \forall x \in]-\infty , n+1[& f'_n(x) \leq 0 \\ \forall x \in]n+1 ; +\infty[& f'_n(x) > 0 \end{cases}$

donc : $\begin{cases} f_n \text{ est décroissante sur }]-\infty ; n+1[\\ f_n \text{ est strictement croissante sur }]n+1 ; +\infty[\end{cases}$ ... 0,25

Tableau de variation

_ si n Pair

x	$-\infty$		1		$n+1$		$+\infty$
$f'_n(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f_n(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$n^n e^{-n-1}$	$\searrow$	0

.... 0,25

- Si n est impair

x	$-\infty$		1		$n+1$		$+\infty$
$f'_n(x)$			0		0		
$f_n(x)$	$+\infty$	↘	0	↘	$-n^n e^{-n-1}$	↗	0

…………… 0,25

4°/ Démonstration correcte
Le courbes $(\mathcal{C}_n)$ Passent Par $I(1;0)$ et $J(0;1)$ …… 0,25

PARTIE B

1a°/ Calcul correcte de I_1 …………… 0,25

b°/ Démonstration correcte …………… 0,25

- Déduction correcte de I_2 …………… 0,25

2.a) $\forall x \in [0;1]$ $\quad 0 \leq (1-x)^n e^{-x} \leq e^{-x}$

$0 \leq I_n \leq \frac{1}{n!}\int_0^1 e^{-x}\,dx$ …………… 0,25

b) Déduction de $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

on démontre que

$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 0 \leq I_n \leq \frac{1-e^{-1}}{n!}$ …………… 0,25

Puis que $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = 0$

EXERCICE 6 ***(5 points)***

CRITERES	INDICATEURS DE PERFORMANCE	BARÊME
CM1 : **Pertinence** Identification du modèle correspondant au problème posé (Interprétation correcte de la situation complexe, pertinence des choix opérés sur les données de la situation)	- Pour répondre à la préoccupation de mon ami, je vais utiliser des notions de la leçon : **PPCM et PGCD de deux entiers relatifs.** **Pour cela,** je vais : - Choisir les inconnues et faire une mise en équation - Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ une équation de la forme **:** $\boldsymbol{ax+by=c}$ - Déterminer le nombre exact de camions citernes du 14 m^3et de 23 m^3	**0,75 point** $1\ ind\ sur\ 4 \rightarrow 0{,}25$ $2\ ind\ sur\ 4 \rightarrow 0{,}5$ À partir de $3\ ind\ sur\ 4 \rightarrow 0{,}75$ ***Règle des 2/3*** $\left(\frac{2}{3}\right) \times 4 = 2{,}66$, arrondi à 3
CM2 : **Utilisation correcte des outils mathématiques en situation** (concerne les étapes de la démarche) - Choix des outils appropriés - Application correcte des propriétés, règles et définitions	• Choix des inconnues et mise en équation - Soit x le nombre de camions citernes de 14 m^3et y le nombre de camions citernes de 23 m^3 - Présence de l'équation suivante (E) : $\boldsymbol{14x+23y=500}$ • Résolution dans $\mathbb{Z}^2$de l'équation (E) : $\boldsymbol{14x+23y=500}$ - Justification correcte que l'équation admet des solutions des $\mathbb{Z}^2$. - Présence d'une solution particulière $(x_0;\ y_0)$ de (E) (on pourra utiliser l'algorithme d'Euclide). - Présence des solutions : $\boldsymbol{x=23k+x_0}$ **et** $\boldsymbol{y=-14k+y_0}$, $\boldsymbol{k} \in \mathbb{Z}$ - Présence de la vérification (réciproque) - Présence de l'ensemble des solutions dans $\mathbb{Z}^2$: $S_{\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}} = \{(\boldsymbol{23k+x_0}; \boldsymbol{-14k+y_0}), \boldsymbol{k} \in \mathbb{Z}\}$	**2,5 points** $1\ ind\ sur\ 7 \rightarrow 0{,}5$ $2\ ind\ sur\ 7 \rightarrow 1$ $3\ ind\ sur\ 7 \rightarrow 1{,}5$ $4\ ind\ sur\ 7 \rightarrow 2$ À partir de $5\ ind\ sur\ 7 \rightarrow 2{,}5$ ***Règle des 2/3*** $\left(\frac{2}{3}\right) \times 7 = 4{,}66$ arrondi à 5
CM3 : **Cohérence de la réponse** – Cohérence entre les étapes de la démarche – Cohérence dans la démonstration	- Le résultat produit est conforme au résultat attendu (*résolution correcte de l'équation:* $\boldsymbol{x=23k+x_0}$ **et** $\boldsymbol{y=-14k+y_0}$, $\boldsymbol{k} \in \mathbb{Z}$.) - Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (*Formules justes même si le modèle est faux*) - La qualité des enchainements de la démarche - La conclusion (*Le nombre de camions citernes de 14* m^3 *est 16 et le nombre de camions citernes de 23* m^3 *est 12*)	**1,25 point** $1\ ind\ sur\ 4 \rightarrow 0{,}5$ $2\ ind\ sur\ 4 \rightarrow 1$ À partir de $3\ ind\ sur\ 4 \rightarrow 1{,}25$ ***Règle des 2/3*** $\frac{2}{3} \times 4 = 2{,}66$ arrondi à 3
CP : **Critère de perfectionnement** (Concision; Originalité, Bonne présentation)	- Propreté de la production (*Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge*) - Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue - Production juste en peu de mots (*esprit de synthèse*)	**0,5 point** $1\ ind\ sur\ 3 \rightarrow 0{,}25$ À partir de $2\ ind\ sur\ 3 \rightarrow 0{,}5$ ***Règle des 2/3*** $\frac{2}{3} \times 3 = 2$