BACCALAURÉAT BLANC
AVRIL 2025

Fomesoutra.com ça soutra !

SÉRIE D – Coefficient 4
Durée : 4 h

CORRIGE DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 ***(2 points)***

1. VRAI ; 2. FAUX ; 3. FAUX ; 4. VRAI .... 0,5 × 4

EXERCICE 2 ***(2 points)***

1. B ; 2. C ; 3. A ; 4. D .... 0,5 × 4

EXERCICE 3 **(3,5 *points*)**

1- a) $P(2i) = 0$ 0,25

b) Pour tout nombre complexe z, $P(z) = (z - 2i)(z^2 + (-5 + i)z + 8 - 4i)$,
d'où $b = -5 + i$ et $c = 8 - 4i$ .... 0,25 × 2

c) $z^2 + (-5 + i)z + 8 - 4i = 0$.
On a : $\Delta = -8 + 6i$ 0,25

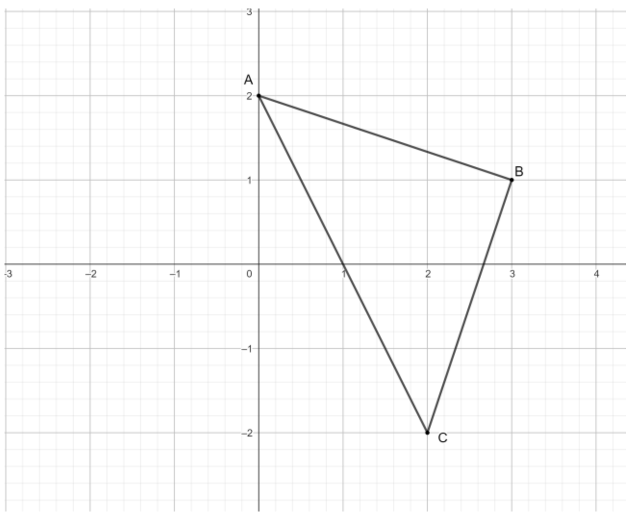
Les racines carrées de Δ sont : $1 + 3i$ et $-1 - 3i$ 0,25

d'où : $z = 3 + i$ ou $z = 2 - 2i$ .... 0,25 × 2

d) $S_{\mathbb{C}} = \{2i\ ;\ 3 + i\ ;\ 2 - 2i\}$ 0,25

2-

a)



.... 0,25 × 3

b) $\dfrac{z_B - z_A}{z_B - z_C} = -i$ 0,5

Donc le triangle ABC est rectangle et isocèle en B. 0,25

EXERCICE 4 (4 *points*)

1\. a) $\forall\, x \in I,\ \ g'(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\, e^{\frac{x}{2}}$ 0,25

donc $\forall\, x \in I,\ g'(x) < 0$ 0,25

d'où g est strictement décroissante sur I. 0,25

b) Montrons que $g(I) \subset I$

$g([-2;-1]) = \left[-\left(1+\sqrt{\frac{2}{e}}\right);\ -\left(1+\frac{\sqrt{2}}{e}\right)\right] \subset [-2;-1]$ 0,5

donc $\forall x \in I;\ g(x) \in I;\ g(I) \subset I$

c)

- $-2 < x < -1$

$-1 < \frac{x}{2} < -\frac{1}{2}$

$e^{-1} < e^{\frac{x}{2}} < e^{-\frac{1}{2}}$

$-\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{1}{2}} < -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{\frac{x}{2}} < -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-1}$ 0,5

$-\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{1}{2}} < g'(x) < -\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-1}$ donc $|g'(x)| < \sqrt{\frac{2}{e}} \cdot \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$

$|g'(x)| < \frac{1}{2}$

2\. a)

- $U_0 = -2$, or $-2 \in I$ donc $U_0 \in I$
- Supposons qu'il existe un entier $k \geq 0$ tel que $U_k \in I$ et démontrons que $U_{k+1} \in I$.

On a : $-2 \leq U_k \leq -1$

$g(-1) \leq g(U_k) \leq g(-2)$ car g est strictement décroissante sur I 0,5

or $-2 \leq g(-1)$ et $g(-2) \leq -1$

car $g(-1) = -\left(1+\sqrt{\frac{2}{e}}\right)$ et $g(-2) = -\left(1+\frac{\sqrt{2}}{e}\right)$

donc $-2 \leq U_{k+1} \leq -1$

- Ainsi : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ U_n \in I$.

b) On a : $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$; U_n et α appartiennent à I.

d'où $|g(U_n) - g(\alpha)| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$

or $g(U_n) = U_{n+1}$ et $g(\alpha) = \alpha$

donc $\forall n \in \mathbb{N}$, $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$. 0,5

c) On a par itération :

$$\left.\begin{array}{l} |U_n - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_{n-1} - \alpha| \\ |U_{n-1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_{n-2} - \alpha| \\ \ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \\ |U_1 - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_0 - \alpha| \end{array}\right\} \text{Multiplication membre à membre}$$

$|U_n - \alpha| \leq (\frac{1}{2})^n |U_0 - \alpha|$

Or $|U_0 - \alpha| \leq 1$

Donc : $\forall n \in \mathbb{N}$, $|U_n - \alpha| \leq (\frac{1}{2})^n$ 0,5

d) $\lim\limits_{n \to +\infty} (\frac{1}{2})^n = 0$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} (U_n) = \alpha$

Donc la suite (U_n) converge vers α. 0,25

e) U_n est une valeur approchée de α à 10^{-3} près si et seulement si $|U_n - \alpha| \leq 10^{-3}$

Pour cela, il suffit que : $(\frac{1}{2})^n \leq 10^{-3}$

Soit $n \geq \frac{3 \ln 10}{\ln 2}$

$n \geq 9{,}96$

Le plus petit entier est donc $p = 10$ 0,5

<u>EXERCICE 5</u> (3,5 *points*)

1. a) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = f(0)$ .... $0{,}25 \times 2$

donc f est continue en 0. 0,25

b) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \ln(-x) = -\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \ln(x) = +\infty$ .... $0{,}25 \times 2$

f n'est pas dérivable en 0 0,25

$(\mathcal{C})$ admet au point $A(0;1)$ une tangente verticale. 0,25

2. a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ .... $0{,}25 \times 2$

b) $(\mathcal{C})$ admet une branche parabolique de direction celle de (OJ) en $+\infty$ 0,25

3. a) Pour tout $x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = -2(\ln(x)+1)$. 0,25

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
$\ln(x)+1$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

$\forall\, x \in \left]0;\frac{1}{e}\right[$, $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $]0;1[$.

$\forall\, x \in \left]\frac{1}{e};+\infty\right[$, $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur $\left]\frac{1}{e};+\infty\right[$.

.... 0,5

Tableau de variations

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$\frac{2+e}{e}$	$\searrow$	$-\infty$

.... 0,25

EXERCICE 6 (**5** ***points***)

Critères	Indicateurs de performance	Barèmes de notation
CM1 Pertinence	- Pour vérifier l'information donnée par le directeur Je vais utiliser des notions de la leçon : probabilité conditionnelle et variable aléatoire. Pour cela je vais : - Calculer la probabilité qu'il ait erreur lors du contrôle - Comparer cette probabilité à $0,02$ (2%)	**0,75 point** $1\ ind\ sur\ 3 \to 0,5$ À partir de $2\ ind\ sur\ 3 \to 0,75$ ***Règle des 2/3*** $\left(\frac{2}{3}\right) \times 3 = 2$
CM2 Utilisation correcte des outils mathématiques	- Présence d'événements. - Arbre pondéré correct. - Présence du calcul de la probabilité qu'il ait erreur. - Comparaison de cette probabilité au nombre $0,02$	**2,5 points** $1\ ind\ sur\ 4 \to 1$ $2\ ind\ sur\ 4 \to 1,5$ À partir de $3\ ind\ sur\ 4 \to 2,5$ ***Règle des 2/3*** $\left(\frac{2}{3}\right) \times 4 = 2,66$ arrondi à 3
CM3 Cohérence des réponses	- Le résultat produit est conforme au résultat attendu (*la probabilité qu'il ait erreur lors du contrôle est* $0,0315$). - Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (*Formules justes même si le modèle est faux*) - La qualité des enchainements de la démarche - La conclusion (*Comme* $0,0315 > 0,02$ *alors l'information donnée par le directeur n'est pas correcte*)	**1,25 points** $1\ ind\ sur\ 4 \to 0,5$ $2\ ind\ sur\ 4 \to 1$ À partir de $3\ ind\ sur\ 4 \to 1,25$ ***Règle des 2/3*** $\left(\frac{2}{3}\right) \times 4 = 2,66$ arrondi à 3
CP : critère de perfectionnement	- Propreté de la production (*Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge*) - Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue - Production juste en peu de mots (*esprit de synthèse*)	**0,5 point** $1\ ind\ sur\ 3 \to 0,25$ À partir de $2\ ind\ sur\ 3 \to 0,5$ ***Règle des 2/3*** $\left(\frac{2}{3}\right) \times = 2$