Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : **Baccalauréat Blanc N°_9**
Série : **C** Session : **Mai 2025**
Epreuve : **Mathématiques**
Durée : **4h** Coefficient : **07**

L'épreuve comporte trois parties. Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et la rédaction de la copie.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

On admet que si une suite (α_n) a pour limite l, alors la suite (α_{2n}) a aussi pour limite l.

1. Soit (v_n) la suite définie par : $v_0 = \frac{\pi}{2}$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*, v_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(t)dt$.

a) Montre que la suite (v_n) est décroissante et positive. **0,5pt**

b) A l'aide d'une intégration par parties, montre que $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} v_n$. $(*)$ **0,5pt**

c) Montre que $\forall n \in \mathbb{N},\ \frac{n+1}{n+2} \leq \frac{v_{n+1}}{v_n} \leq 1$ puis, calcule la limite de la suite $\left(\frac{v_{n+1}}{v_n}\right)$. **0,5pt**

d) Démontre que la suite (a_n) définie pour tout entier naturel n par : $a_n = (n+1)v_{n+1}v_n$ est constante, puis détermine cette constante. **0,5pt**

e) Vérifie que $\forall n \in \mathbb{N},\ n{v_n}^2 = \frac{n}{n+1} a_n \frac{v_n}{v_{n+1}}$ et déduis-en que $\lim\limits_{n\to+\infty} n{v_n}^2 = \frac{\pi}{2}$. **0,5pt**

2. Pour tout entier naturel n, on pose $b_n = v_{2n}$.

a) Quelle est la limite de la suite $\left(n{b_n}^2\right)$? **0,25pt**

b) En utilisant la relation $(*)$, démontre que par récurrence $\forall n \in \mathbb{N}, b_n = \frac{(2n)!}{2^{2n}(n)!} \frac{\pi}{2}$. **0,75pt**

3. Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $u_n = \ln(n!) + n - \left(n + \frac{1}{2}\right)\ln(n)$. On admet que (u_n) est convergente.

a) Montre que $\forall n \in \mathbb{N}^*, e^{u_n} = n! \left(\frac{e}{n}\right)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$.. **0,5pt**

b) Détermine une constante A telle que pour tout entier naturel n non nul on ait :

$e^{u_{2n}-2u_n} = A\sqrt{n{b_n}^2}$. Déduis-en la limite de (u_n). **1pt**

EXERCICE 2 : (5 points)

A) 1. On considère une variable aléatoire X prenant les valeurs x_1, x_2, x_3, x_4 et x_5 rangées dans l'ordre croissant. La loi de probabilité de X a permis de dresser dans le tableau ci-dessous.

x_k	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$p(X = x_k)$	$\frac{1}{2}a$	$2a$	a	$4a$	$\frac{5}{2}a$

Sachant que $x_4 = 7$, et que l'espérance mathématique de X est 5,8, détermine les valeurs de x_k. **1pt**

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On donne $A(-4;1)$ et $B(4;1)$. Soit $(\mathscr{S})$ l'ensemble des points M tels que $\left|\mathrm{MA}-(-1)^{\mathrm{k}}\mathrm{MB}\right|=4$. On introduit dans une urne des boules numérotées indiscernables au toucher parmi lesquelles 4 boules portent le numéro -2, trois boules portent 1, trois boules portent 4, deux boules portent 7 et une boule porte 10. On tire au hasard et simultanément deux boules et on effectue la somme des nombres portés pour trouver k.

a) Quelle est la probabilité pour que $(\mathscr{S})$ soit une ellipse ? **0,5pt**

b) On suppose que $k=0$.

i) Quelle est la probabilité d'obtenir $(\mathscr{S})$? **0,5pt**

ii) Donne la nature et les éléments caractéristiques de $(\mathscr{S})$. **0,75pt**

iii) Construis soigneusement $(\mathscr{S})$. **0,5pt**

B) On considère l'équation (E): $(\mathrm{z}-3\mathrm{i})^5-\bar{\mathrm{z}}-3\mathrm{i}=0$ d'inconnue z.

1. a) Vérifie que $3\mathrm{i}$ est solution de (E). **0,25pt**

b) Démontre que si z est solution de (E) distincte de $3\mathrm{i}$, alors $|z-3i|=1$. **0,5pt**

2. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E). **0,5pt**

3. Justifie que les points images des solutions de (E) distincts du point A d'affixe $3\mathrm{i}$ sont les sommets d'un polygone régulier. **0,5pt**

EXERCICE 3 : (5 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{1}{xlnx}$. $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. a) Etudie les limites de f sur son ensemble de définition et interprète graphiquement les résultats. **1pt**

b) Dresse le tableau de variations de f. **0,5pt**

c) Construis la courbe $\mathscr{C}$ de f. **0,5pt**

2. Pout tout entier naturel $n\geq 2$, on pose $u_n=\left(\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{klnk}\right)-ln[\ln(n)]$.

a) Montre que pour tout entier naturel $n\geq 2, \frac{1}{(n+1)ln(n+1)}\leq\int_n^{n+1}f(t)dt\leq\frac{1}{nln(n)}$. **0,5pt**

b) Montre que pour tout entier naturel $n\geq 2, u_{n+1}-u_n=\frac{1}{(n+1)ln(n+1)}-\int_n^{n+1}f(t)dt$. **0,5pt**

c) Déduis-en le sens de variations de la suite (u_n). **0,5pt**

d) Montre que pour tout entier naturel $n\geq 2, u_{n+1}-u_n\geq f(n+1)-f(n)$. **0,5pt**

e) Déduis-en que $u_n\geq -ln(ln2)$. **0,5pt**

f) Déduis-en que la suite (u_n) converge vers une limite l telle que :

$-ln(ln2)\leq l\leq\frac{1}{2ln2}-ln(ln2)$. **0,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

NGOUEN vend des marchandises qu'il pèse sur une balance très contestée par sa clientèle ces derniers jours. Pour la conquérir, il envisage une nouvelle balance constituée d'un ressort que l'on suspend verticalement pouvant s'étirer ou s'allonger d'au plus de 7 cm, et, voudrait investir $130\ 000$ FCFA dans la publicité. Il lui faut cependant convaincre ses deux fournisseurs qui lui rendent visite à des fréquences différentes. Pour cela, il a besoin de connaitre : La masse maximale que peut peser la balance sollicitée, le chiffre d'affaires que cette publicité pourrait permettre de réaliser et la prochaine date de coïncidence des fournisseurs.

Données :

a) Du ressort de la balance : une étude expérimentale montre que le ressort est indéformable et s'allonge de 2 cm lorsque l'on accroche une masse de 4 kg. Par ailleurs, lorsqu'on l'étire de sa position d'équilibre et on l'abandonne sans vitesse initiale, son élongation $x(t)$ vérifie l'équation différentielle $x''(t) + \frac{k}{4}x(t) = 0$ où k est la constante de raideur du ressort. De plus, on a l'égalité $\mathrm{mg} = \mathrm{k}\Delta \mathrm{l}_0$ où m est la mase du corps accroché au ressort et $\Delta \mathrm{l}_0$ l'allongement au repos. Apres une minute, le centre de gravité du solide repasse pour la première fois au point initial. $\mathrm{g} = 9{,}5\mathrm{N/kg}$ et $\pi = 3{,}14$.

b) Chiffre d'affaires en fonction des frais de publicité : Le tableau ci-dessous montre ses dépenses en publicité exprimées en dizaines de milliers et son chiffre d'affaires pour la même période, sur les dix dernières années (exprimées en dizaines de millions). On n'admettra que le chiffre d'affaires (y_i) suit ajustement linéaire par rapport au frais de publicité (x_i).

x_i	6	6,5	6,8	7	7,78	9	10,5	11	11,3	11
y_i	220	229	225	237	235	247	250	268	268	264

c) Le premier fournisseur lui rend visite tous les 21 jours et le 20 Décembre 2020, il était au marché. Quant au second fournisseur, il lui rend visite tous les 16 jours et étant au marché le 27 Décembre 2020

<u>Tâches</u> :

1. Détermine la masse maximale de cette balance peut peser. **1,5pt**
2. Estime le chiffre d'affaire qu'il pourra espérer des frais de publicité investis. **1,5pt**
3. Donne la date de la prochaine coïncidence des deux fournisseurs. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt