EXAMEN BLANC - BACCALAUREAT
SESSION DE DECEMBRE 2025

Durée : **4 H**
Coefficient : **4**
Série : **D**

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte ***trois*** *(3)* ***pages*** *numérotées* ***1/3, 2/3*** *et* ***3/3.***
Les réponses aux questions doivent être recopiées sur la feuille de composition.
L'utilisation de la calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1 : *(2 points)*

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque proposition suivie de Vrai si la proposition est vraie ou de Faux si elle est fausse.

N°	Propositions
1	Pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, on a $\ln x > 0$
2	Soit g une fonction numérique dérivable sur un intervalle I, a et b sont deux éléments de I tels que $a < b$. S'il existe un nombre réel M tel que $\forall x \in [a ; b]$; $\lvert g'(x) \rvert \leq M$ alors $\lvert g(b) - g(a) \rvert \leq M \lvert b - a \rvert$
3	Si f est une fonction telle que : $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = -\infty$; alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)\left(\frac{1}{x^2} - 2\right) = -\infty$
4	Si X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = \frac{4}{7}$ alors la variance de X est $V(x) = \frac{34}{49}$

EXERCICE 2 : *(2 points)*

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de la proposition suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

Propositions		Réponses
1. f est une fonction continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ sur telle que $f(3) = 5$. Si f est dérivable en 3 et $f'(3) = -\frac{2}{5}$ alors	A	f^{-1} est dérivable en 5 et $(f^{-1})'(5) = -\frac{5}{2}$
	B	f^{-1} est dérivable en 3 et $(f^{-1})'(3) = -\frac{5}{2}$
	C	f^{-1} est dérivable en 5 et $(f^{-1})'(5) = \frac{5}{2}$
	D	f^{-1} est dérivable en 3 et $(f^{-1})'(3) = \frac{5}{2}$
2. Une primitive sur $]-\infty ; 1[$ de la fonction f définie par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ est	A	$F(x) = \sqrt{x^2+1} + C$
	B	$F(x) = x\sqrt{x^2+1} + C$
	C	$F(x) = \frac{2x}{x\sqrt{x^2+1}} + C$
	D	$F(x) = 2\sqrt{x^2+1} + C$
3. Si f est une fonction deux fois dérivables sur $\mathbb{R}$ et défini par $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$, alors (C_f)	A	Admet au point d'abscisse 1, un point d'inflexion
	B	Admet au point d'abscisse -1 un point d'inflexion
	C	Admet au point d'abscisse 6 un point d'inflexion
	D	Admet au point d'abscisse 2 un point d'inflexion
4. Soit A et B deux évènements d'un univers Ω. Si $P(A) = \frac{2}{5}$; $P(B) = \frac{3}{5}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ alors $P(B/A)$ est égale à	A	$\frac{1}{2}$
	B	$\frac{1}{3}$
	C	$\frac{2}{3}$
	D	$\frac{2}{25}$

EXERCICE 3 : *(3 points)*

Soit f la fonction définie et dérivable sur [1 ; 2] par $f(x) = \frac{1}{2x-6}$

1. Démontre que : $\forall\, x$ € [1 ; 2],
   $-\frac{1}{2} \leq f'(x) \leq -\frac{1}{8}$
2. En utilisant l'inégalité des accroissements finis, démontre que pour tout x € [1 ; 2]
   On a : $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \leq f'(x) \leq -\frac{1}{8}x - \frac{1}{8}$

EXERCICE 4 : *(5 points)*

Partie A

Soit g la fonction définie sur] 0 ; +∞ [par $g(x) = x^2-2+2\ln x$

1. Détermine les limites de g en 0 et en + ∞
2. a. Détermine $g'(x)$ et détermine son signe.

   b. En déduire le sens de variation et le tableau da variation de g.
3. a. Justifier que l'équation g (x| = 0 admet une solution unique α dans]1,24 ; 1,25[

   b. En déduire que $\forall\, x$ €]0 ; α [, $g(x) < 0$ et $\forall\, x$ €] α ; + ∞ [, $g(x) > 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur]0 ; +∞ [
par $f(x) = x - 2 - \frac{2\ln x}{x}$ et (Cf) sa représentation graphique. Unité 2cm.

1. Détermine la limite de f en 0 et interprète graphiquement le résultat.
2. Détermine la limite de f en +∞ et démontre que la droite (D) d'équation $y = x - 2$ est asymptote oblique à (Cf) en +∞.
3. Détermine la position relative de (Cf) par rapport à (D).
4. a. Démontre que pour tout x appartenant à Df ; $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
   b. En déduire le signe de $f'(x)$ et le sens de variation de f.
   c. Dresse le tableau de variation de f
5. a. Montre que $f(x) = 2\alpha - 2 - \frac{2}{\alpha}$
   b. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.

EXERCICE 5 : *(4 points)*

Pour réaliser une loterie, un organisateur dispose d'une part d'un sac contenant exactement deux jetons rouges et huit (8) jetons verts indiscernables au toucher et d'autres part un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

Il décide des règles suivantes pour le déroulement d'une partie. Le joueur doit tirer un jeton puis jeter le dé :

- Si le jeton est rouge, le joueur perd lorsque le jet du dé donne 6 ;
- Si le jeton est vert, le joueur gagne lorsque le jet du dé donne 6.

A la fin de la partie, le jeton est remis dans le sac.

Soit R l'évènement ‘‘le jeton tiré est rouge’’ et G l'évènement ‘‘le joueur gagne le jeu’’

1. Montre que P(G) = $\frac{3}{10}$
2. Quelle est la probabilité que le joueur ait tiré le jeton rouge sachant qu'il a perdu ?
3. Un joueur fait quatre parties de façon indépendante.

   Calcule la probabilité qu'il en gagne exactement deux et en donner une valeur approchée à 10^{-3} près par défaut.
4. Un joueur fait n parties de façon indépendantes ($n \geq 2$)
   a. Démontre que la probabilité pour que le joueur gagne au moins une partie est $P_n = 1 - (0,7)^n$.
   b. Détermine le nombre minimal n de parties pour que P_n soit supérieur à 0,99.

<u>**EXERCICE 6**</u> : *(5 points)*

Une coopérative de cacao d'un village de Bangolo veut vendre 100 sacs de fèves de cacao à des exportateurs. Avant la vente, tout sac de fèves de cacao doit passer le test d'humidité afin de vérifier la teneur en eau des fèves.
Si le test d'humidité est positif, le sac de fèves ne peut pas être vendu.
7% des sacs de fèves de cacao destinés à la vente ont des fèves humides.
Le test avant la vente a donné les résultats suivants :

- Lorsque le sac contient des fèves humides, le test d'humidité est positif dans 87% des cas.
- Lorsque le sac ne contient pas de fèves humides, le test d'humidité est négatif dans 98% des cas

Une étude a révélé que si le nombre moyen de sacs de fèves de cacao non vendus dépasse 9, il n'y a pas de bénéfice pour cette coopérative.
Inquiet face à cette situation, le président la coopérative veut savoir si sa coopérative pourra réaliser un bénéfice ou pas. N'ayant aucun agent qualifié à sa disposition pour répondre à son inquiétude, il sollicite ton aide.
En utilisant tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du président de cette coopérative.