BACCALAURÉAT RÉGIONAL **Coefficient : 5**

SESSION 2024 **Durée : 4h**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (02 points)

Ecris le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de V si l'affirmation est vraie et de F si l'affirmation est fausse.

1. Une primitive sur]1; +∞[de $x \longmapsto \frac{1}{x}\,(lnx)^{\sqrt{3}}$ est la fonction $x \longmapsto \frac{(lnx)^{\sqrt{3}+1}}{\sqrt{3}+1}$.
2. Soient (C_f) la représentation graphique d'une fonction f dans un repère du plan et A un point de (C_f) d'abscisse a. A est un point d'inflexion de (C_f) si f' s'annule en a en changeant de signe.
3. La directrice de la parabole d'équation réduite $y^2 = 2 \times 2x$ est la droite d'équation $x = -2$.
4. (a et b sont deux entiers relatifs premiers entre eux) $\Leftrightarrow a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z} = \mathbb{Z}$.

EXERCICE 2 (02 points)

Pour chacune ligne du tableau ci-dessous, quatre compléments A, B, C et D sont proposées mais un seul est juste. Recopie le numéro de chaque énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant au complément juste.

N°	Énoncés incomplets	Compléments proposés	
1.	Les droites (D) et (D') de représentations paramétriques respectives $\begin{cases} x = \alpha \\ y = 1 + \alpha \\ z = -2\alpha \end{cases}$, α ∈ ℝ et $\begin{cases} x = 2\beta \\ y = 2 - 4\beta \\ z = 2 - 2\beta \end{cases}$; β∈ ℝ sont	A	strictement parallèles
		B	orthogonales
		C	non coplanaires
		D	sécantes et non orthogonales
2.	Si deux nombres entiers naturels a et b sont tels que $PGCD(a;b) = 6$ et $a \times b = 5040$ alors	A	$PPCM(a;b) = 30240$
		B	$PPCM(a;b) = 840$
		C	$PPCM(a;b) = 5046$
		D	$PPCM(a;b) = 5040$
3.	Soit g une bijection de ℝ sur ℝ et g^{-1} sa bijection réciproque. Si $g(-2) = 3$ et $g'(-2) = \frac{1}{4}$ alors $(g^{-1})'(3)$ est égale à :	A	$\frac{1}{3}$
		B	4
		C	$-\frac{1}{2}$
		D	-3

4.	L'ensemble des points M$(x;y)$ vérifiant $25x^2-16y^2=400$ une hyperbole d'excentricité	A	2
		B	$\sqrt{2}$
		C	$\frac{\sqrt{41}}{4}$
		D	$\frac{\sqrt{41}}{5}$

<u>EXERCICE 3</u> (03 points)

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. Soit n un entier naturel.
   a) Détermine le reste dans la division euclidienne de 4^n par 7 suivant les valeurs de n.
   b) Déduis-en le reste de la division euclidienne de 4^{2024} par 7.
2. Soient a et b deux nombres entiers naturels inférieurs ou égaux à 9 , avec $a \neq 0$. On considère le nombre $N = a \times 10^3 + b$. On rappelle qu'en base 10 le nombre N s'écrit sous la forme $N = \overline{a00b}$.
   On se propose de déterminer parmi ces nombres naturels N ceux qui sont divisibles par 7.
   Vérifie que $10^3 \equiv -1[7]$ puis déduis – en tous les nombres N cherchés.
3. a) Détermine les nombres entiers relatifs u vérifiant $5u \equiv 3\ [7]$.
   b) Déduis-en l'ensemble des solutions de l'équation : $(x, y) \in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, $5x + 7y = 3$.

<u>EXERCICE 4</u> (04 points)

Dans le plan orienté $\mathcal{P}$, on considère un triangle isocèle ABC tel que $AB = AC$ et Mes $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) = \frac{\pi}{4}$.

Soit D le point du plan tel que le triangle CDA soit rectangle isocèle et Mes $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}}) = -\frac{\pi}{2}$.

1- Soit R_A la rotation de centre A et transformant B en C et R_C la rotation de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

On pose $r = R_C o R_A$.

a) Détermine $r(A)$ et $r(B)$.
b) Démontre que r est une rotation dont on précisera l'angle .
c) Soit O le centre de r . Construis O.
d) Justifie que $ABOC$ est un losange.

2- On note $k = r \circ S_{(BC)}$, H le milieu de [BC] et H' est le milieu de [OD].
   a) Justifie que k est une symétrie glissée.
   b) Détermine $k(A)$, $k(B)$, $k(O)$ et $k(H)$.
   c) Déduis-en l'axe et le vecteur de k.

3- Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $\| 2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{2MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$.
   On note $(\Gamma') = k(\Gamma)$
   a) Justifie que (Γ) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
   b) Construis (Γ').

<u>EXERCICE 5</u> (04 points)

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par : $f(x) = \frac{e^x}{x+2}$.

1) On se propose de démontrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans $[0; 1]$ une solution unique.
   a) Justifie que $\forall\, x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$; $f\,''(x) = \frac{(x^2+2x+2)e^x}{(x+2)^3}$.
   b) Détermine le sens de variation de la fonction dérivée $f\,'$ de f sur $[0; 1]$.
   c) Démontre que $\forall\, x \in [0; 1]$, $\frac{1}{4} \leq f\,'(x) \leq \frac{2}{3}$.
   d) Démontre que la fonction g définie par $g(x) = f(x) - x$ est strictement décroissante sur $[0; 1]$.
   e) Déduis-en que l'équation $f(x) = x$ admet dans $[0; 1]$ une unique solution α.
   f) Vérifie que : $\frac{1}{4} \leq \alpha \leq \frac{e}{3}$.
2) Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $\forall\, n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} = f(u_n)$.
   Démontre par récurrence que $\forall\, n \in \mathbb{N}$; $\frac{1}{4} \leq u_n \leq \frac{e}{3}$.
3) a) En utilisant l'inégalité des accroissements finis, démontre que :$\forall\, n \in \mathbb{N}$; $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3}|u_n - \alpha|$
   b) Déduis-en que $\forall\, n \in \mathbb{N}$; $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$.
4) Détermine la limite de (u_n).
5) Détermine un entier naturel n_0 tel que si $n \geq n_0$ alors $|u_n - \alpha| \leq 10^{-2}$.

<u>EXERCICE 6</u> (05 points)

Sur la figure ci-contre, ABCD et CEFG sont des carrés et E est le milieu du segment [BC].
Les points A, B, C, D, E, F, G et H représentent des villages de du district d'Abidjan. Le Ministre Gouverneur veut implanter une ligne de haute tension de B à G en passant par H.
Le budget alloué à ce projet est suffisant si ces trois villages sont alignés.
Les lignes existantes relient les villages alignés A, H et F puis
D, E et H.
Le stagiaire au District d'Abidjan Chargé de réaliser l'étude de faisabilité du projet, ton grand frère du quartier, te sollicite.
Dans une production cohérente et argumentée, si possible en supposant que le plan est complexe, réponds à la préoccupation du stagiaire.