Série : D
BAC BLANC
SESSION : Décembre 2025

MATHEMATIQUES

Année scolaire : 2025-2026
Coefficient : 4
Durée : 4h

<u>EXERCICE 1</u> (02 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, recopie sur ta copie le numéro de l'affirmation et la lettre **V** si elle est vraie ou la lettre **F** si elle est fausse. Aucune justification n'est demandée.

1- Si $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ <}} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = -\infty$, alors la courbe représentative de la fonction f admet une demi-tangente verticale à gauche au point de coordonnées $(a\,;\, f(a))$

2- la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} g(x) = (4x-1)^2 ; si\ x \leq 0 \\ g(x) = \frac{\sin(\pi+x)}{x}\ ; si\ x > 0 \end{cases}$ est continue en 0.

3- Si f est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I, alors le point point $A(a\,;\, f(a))$, ou $a \in I$, est un point d'inflexion à la courbe représentative de f si et seulement si f'' s'annule en a en changeant de signe.

4- Si la fonction h est une fonction dérivable sur un intervalle I, alors h est continue sur I.

<u>EXERCICE 2</u> (02 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondante à la bonne réponse.

<table>
<tr><th>N°</th><th>Affirmations</th><th colspan="2">Réponses</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">Soit Ω l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire. A et B sont deux évènements indépendants de probabilités non nulles. Alors :</td><td>A</td><td>$P_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$P_B(A) = P(B)$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$P_B(A) = P(A)$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">Dans un schéma de Bernoulli de paramètres $n = 3$ et $p = \frac{1}{3}$. on a : $P(k = 2)$ est égale à :</td><td>A</td><td>$\frac{2}{9}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$\frac{1}{9}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$\frac{4}{9}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">On donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X ci-dessous :
<table>
<tr><td>k</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>P(X=k)</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{3}{8}$</td><td>$\frac{3}{8}$</td></tr>
</table>
Alors la variance V(X) =</td><td>A</td><td>0,4</td></tr>
<tr><td>B</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td>C</td><td>0,1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3">Soit a un nombre réel positif.
$(\sqrt[3]{\sqrt{a}})^2$ est égal à :</td><td>A</td><td>a</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$a^{\frac{1}{6}}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$a^{\frac{1}{3}}$</td></tr>
</table>

EXERCICE 3 ***(03 points)***

Soit la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{3x^3-7x^2+5x+1}{(x-1)^2}$

1. Détermine l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
2. Détermine les réels a, b et c tels que pour $x \in D_f$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$.
3. Détermine les primitives de f sur $]1;\ +\infty[$.
4. Détermine la primitive de f sur $]1;\ +\infty[$ qui s'annule en 3.

EXERCICE 4 ***(04 points)***

Une urne contient six boules blanches et n boules rouges (n est un nombre entier supérieure ou égal à 2). Les boules sont indiscernables au toucher. Un joueur tire au hasard, successivement et sans remise deux boules de l'urne. Pour chaque boule blanche tirée, il gagne 200 FCFA, et pour chaque rouge tirée il perd 300FCFA.
On appelle X la variable aléatoire donnant le gain algébrique du joueur.

1) Détermine les différentes valeurs prises par X.
2) Justifie que : $P(X = -100) = \frac{12n}{(n+2)(n+5)}$
3) Détermine la loi de probabilité de X.
4) Justifie que : $E(X) = \frac{-600(n^2+n-20)}{(n+2)(n+5)}$
5) Discute selon la valeur de n de l'intérêt de jouer ce jeu.
6) Détermine et représente la fonction de répartition F de X pour $n = 2$
$$\begin{cases} Abscisse: 1\ cm \ \rightarrow 100 \\ Ordonnée: 0{,}5\ cm \ \rightarrow \frac{2}{28} \end{cases}$$

EXERCICE 5 ***(04 points)***

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \frac{1-\sqrt{x^2+1}}{x}$ et (Cf) est la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère (O, I, J).

1) Justifie que : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$ puis interprète graphiquement les résultats.

2) Démontre que f admet un prolongement g par continuité en 0 puis précise ce prolongement g.

Pour la suite, on considère que : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = \frac{-x}{\sqrt{x^2+1}+1}$ et (Cg) est la représentation graphique de g dans le plan muni d'un repère (O, I, J). Unités : 2 cm

3- a) Justifie que $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = \frac{-1}{(\sqrt{x^2+1}+1)\sqrt{x^2+1}}$.

b) Etudie le sens variation de g puis dresse son tableau de variation.

4- a) Démontre que l'équation $g(x) = \frac{1}{4}$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$.

b) Vérifie que : $-0{,}6 < \alpha < -0{,}5$.

c) Sachant que : $\forall x \in \mathbb{R}, |g'(x)| \leq \frac{1}{2}$, démontre que $\forall x \in \mathbb{R}, \left|g(x) - \frac{1}{4}\right| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$.

5- a) Justifie que $g\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ et démontre que g^{-1} est dérivable en $-\frac{1}{2}$ puis calcule que $(g^{-1})'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

b) Déduis-en une équation de la tangente (T_1) à (Cg^{-1}) au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$

6) Construis (Cg) *sachant que* $\propto \approx -0{,}5$; $g(\propto) = \frac{1}{4}$ *et* $g(0) = 0$.

***EXERCICE 6* (05 points)**

Lors de la fête de fin d'année, une enquête faite par le conseil scolaire d'un lycée, auprès d'un échantillon d'élèves de terminales A et D révèle que :

• 25% des élèves aiment jouer au damier sachant qu'ils sont de la terminale A.

• Un tiers des élèves aiment jouer au damier sachant qu'ils sont de la terminale D.

• 3 élèves sur 10 aiment jouer au damier.

Dago, le responsable des jeux et loisirs du conseil scolaire, choisit au hasard un élève de cet échantillon et note : E l'événement « l'élève choisi est en classe de terminale D »

Cependant, Dago ne se souvient plus de la proportion des élèves de la terminale D qui doit figurer dans son rapport.

Pour cela, étant élève de la terminale D, il sollicite ton aide.

A l'aide de tes connaissances mathématiques, aide Dago à retrouver la valeur de p(E).