

2025-2026

Examen Blanc Interne

MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 (2Pts)

Réponds à chaque affirmation sur ta feuille de copie par **VRAI** si l'affirmation est vraie et par **FAUX** si elle est fausse.

- 1) Soit le point $A(a ; f(a))$ et (C_f) la courbe représentative de f . Si $f''(a) = 0$ et f'' conserve son signe en a alors le point $A(a ; f(a))$ est un point d'inflexion à (C_f) .
- 2) Soient A et B deux évènements de probabilités non nuls. Si $P_B(A) = P(B)$ alors A et B sont indépendants.
- 3) Pour tous a et b strictement positif, $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$.
- 4) Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I de \mathbb{R} , a et b deux éléments de I tels que $a < b$. S'il existe un nombre réel M tel que pour tout $x \in [a; b]$, $|f'(x)| \geq M$ alors on a :
 $|f(b) - f(a)| \leq M|b - a|$

EXERCICE 2 (2Pts)

Pour chacune des propositions suivantes, une seule est correcte. Indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncé	A	B	C										
1	Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{3}(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}$ on a $f'(x) =$	$2x\sqrt{x^2 + 1}$	$x\sqrt{x^2 + 1}$	$x^2\sqrt{x^2 + 1}$										
2	Soit g une bijection de \mathbb{R} vers \mathbb{R} et g^{-1} sa bijection réciproque. Si $g(-3) = 2$ et $g'(-3) = \frac{4}{3}$ alors $(g^{-1})'(2) =$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	4										
	Soient A et B deux évènements incompatibles tels que $P(A \cup B) = 0,98$ et $P(A) = 0,81$ Alors $P(B)$ égale à	0,16	0,17	0,017										
4	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x_i</td> <td style="padding: 5px;">-150</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">200</td> <td style="padding: 5px;">300</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$P(X = x_i)$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{7}$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{3}{7}$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{2}{7}$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{7}$</td> </tr> </table> <p>L'écart type de X, $\sigma(X) =$</p>	x_i	-150	0	200	300	$P(X = x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{30\sqrt{148}}{7}$	$\frac{50\sqrt{418}}{7}$	$\frac{40\sqrt{418}}{7}$
x_i	-150	0	200	300										
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$										

EXERCICE 3 (3Pts)

Soit la fonction f définie sur $] -\infty ; 1]$ par $f(x) = x\sqrt{1-x}$

1. Justifie que $\forall x < 1, f'(x) = \frac{2-3x}{2\sqrt{1-x}}$
2. Donne une primitive sur $] -\infty ; 1]$ de $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$
3. Soit la fonction h définie par $h(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x}}$
 - a) Justifie $\forall x < 1, h(x) = \frac{2}{3}(g(x) - f'(x))$
 - b) Dédus-en la primitive de h sur $] -\infty ; 1[$ qui prend la valeur 2 en 0

EXERCICE 4 (3Pts)

Pour les questions 1 et 2, on donnera les résultats sous forme de fraction.

Un enfant joue avec 20 billes : 13 rouges et 7 vertes. Il met 10 rouges et 3 vertes dans une boites cubiques et 3 rouges et 4 vertes dans une boite cylindrique.

1. Dans un premier jeu, il choisit simultanément trois billes au hasard dans la boite cubique et il regarde combien de billes rouges il choisies.
On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de billes rouges choisies.
 - a) Détermine la loi de probabilité de X
 - b) Calcule l'espérance mathématiques de X
2. Un deuxième jeu est organisé de telle sorte que l'enfant choisisse d'abord au hasard une des deux boites, puis qu'il prenne alors une bille, toujours au hasard, dans la boite choisie. On considère les événements suivants :
 C_1 : " L'enfant choisit la boite cubique"
 C_2 : " L'enfant choisit la boite cylindrique"
 R : " L'enfant prend une bille rouge"
 V : " L'enfant prend une bille verte"
 - a) Représente par un arbre pondéré la situation correspondant à ce deuxième jeu.
 - b) Calcule la probabilité de l'événement R
 - c) Sachant que l'enfant a choisi une bille rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boite cubique ?

EXERCICE 5 (5Pts)

On considère la fonction f dérivable sur \mathbb{R} définie par $f(x) = -x^2 + 2x + 2 \ln(e^x + 1)$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est 2cm

PARTIE A

On considère la fonction g dérivable sur \mathbb{R} définie par : $g(x) = -x + 1 + \frac{e^x}{1+e^x}$

1.a) Calcule les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$

b) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = -\frac{e^{2x} + e^x + 1}{(1+e^x)^2}$

c) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation

2.a) Démontre que l'équation : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = 0$ admet une solution unique α

b) Justifie que :
$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) < 0 \end{cases}$$

PARTIE B

1. Calcule la limite de $f(x)$ et $\frac{f(x)}{x}$ en $-\infty$. Interprète graphiquement les résultats

2.a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + 4x + 2 \ln(1 + e^{-x})$

b) Déduis-en la limite de f en $+\infty$

3.a) Démontre que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 2g(x)$

b) Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation

4. Construis (\mathcal{C}) , on prendra $\alpha = 1,9$

EXERCICE 6 (5Pts)

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un produit. Ce laboratoire peut produire de 5 à 30 kg de ce produit par jour. Une étude a montré que la fonction dérivée de bénéfice réalisé par ce laboratoire, exprimé en milliers de FCFA, pour la production et la vente de x kg de produit est modélisé par la fonction B' définie

* sur $[5 ; 30]$ par $B'(x) = -x^2 + 22x - 40$

*Lorsque ce laboratoire ne fabrique pas de produit, son bénéfice est $-72000FCFA$

Le Directeur du laboratoire te sollicite pour l'aider à déterminer le nombre de produits qu'il devra produire par jour pour que son bénéfice soit maximal et de déterminer la valeur de ce bénéfice.

En utilisant tes connaissances mathématiques, propose une solution au Directeur de ce laboratoire