**BACCALAURÉAT RÉGIONAL** **Coefficient : 5**
**SESSION 2026** **Durée : 4 h**

# MATHEMATIQUES

***SÉRIE C***

***Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.***
***Toute calculatrice scientifique est autorisée***
***Chaque candidat utilisera (1) une feuille de papier millimétré.***

**Exercice 1 : (2 points)**

Pour chacune des affirmations ci-dessous, écris sur la feuille de copie, le numéro de chaque ligne suivi de Vrai si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

1. Une primitive sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction : $x \mapsto \sqrt{x}$ est la fonction : $x \mapsto \frac{2}{3}x\sqrt{x}+4$

**2.** L'écriture décimale du nombre N = $\overline{10010101011}$ en base 2 est 1185.

**3.** Si $f$ est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que $f$ soit croissante et majorée sur l'intervalle ]2 ;5[ , alors $f$ admet pour limite $+\infty$ en à gauche en 5.

**4.** Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J) , la directrice de la parabole d'équation réduite $x^2 = 8y$ est la droite d'équation $y = -4$ .

**Exercice 2 : (2 points)**

Pour chaque énoncé, trois réponses A) , B) et C) sont proposées dont une seule est correcte. Sur ta feuille de copie, écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

**1-** $f$ est une fonction continue sur un intervalle $[a\,;\ b]\,;(a < b)$ telle que $f(a)$ x $f(b) < 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet sur $]a\,;b[$ …

A) au plus une solution. B) une seule solution. C) au moins une solution.

**2-** Si a et b sont des entiers naturels tes que $a \equiv 4[5]$ et $b \equiv 3[5]$, alors le reste de la division euclidienne de $7a^2 - 4b^2 + 2ab$ par 5 est …
A) 0 . B) 2 . C) 4 .

**3-** L'une des solutions de l'équation (E) :$z^3+(4-5i)z^2+(8-20i)z-40i=0$ est …
A) $2i$. B) $1+i$ . C) $-2+2i$

**4-** Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$. L'ellipse d'équation réduite $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ a pour foyers F et F′ tels que :

A) $F(\sqrt{7}\,;0)$ $et$ $F'(-\sqrt{7}\,;\ 0)$. B) $F(0;\sqrt{7})$ $et$ $F'(0;-\sqrt{7})$. C) $F(0;7)$ $et$ $F'(0;-7)$.

**Exercice 3 : (2,5 points)**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points : $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;4)$ et $D(-5;0;1)$

1. a) Démontre que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}4\\2\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan $(ABC)$.

   b) Déduis-en une équation cartésienne du plan $(ABC)$ .

2. a) Détermine une représentation paramétrique de la droite $(\Delta)$ orthogonale au plan $(ABC)$ et passant par le point *D*.

   b) Déduis-en les coordonnées du point *H* projeté orthogonal de *D* sur le plan $(ABC)$ .

   c) Détermine alors la distance du point *D* au plan $(ABC)$.

**Exercice 4 : (3,5 points)**

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + z + 1 = 0$.

2) Pour tout nombre complexe z tel que $z = e^{i\theta}$ avec $-\pi \leq \theta \leq \pi$, $\theta \neq \frac{2\pi}{3}$ et $\theta \neq -\frac{2\pi}{3}$,

on pose : $z' = \frac{1}{z^2 + z + 1}$

a) Vérifie que $z^2 + z + 1 = z(1 + z + \bar{z})$

b) Détermine le module et un argument de z' en fonction de $\theta$.

c) On pose $z' = x + iy$ avec $(x ; y) \in \mathbb{R}^2$.

Montre que $x^2 + y^2 = (1 - 2x)^2$.

d) Déduis-en que le point M d'affixe z' appartient à une hyperbole (H).

e) Détermine les caractéristiques (foyers, directrices et excentricité) de (H).

**Exercice 5 : (5 points)**

On considère, pour tout entier naturel $n$ non nul, la fonction $f_n$ définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f_n(x) = xe^{\frac{-1}{nx}} \quad si\ x \neq 0 \text{ et } f_n(0) = 0 .$$

On note $(c_n)$ la courbe représentative de $f_n$ dans un repère orthonormé $(O, I, J)$ ; Unité graphique : 4 cm.

**Partie A**

1-Justifie que $f_n$ est continue en 0.

2- Justifie que $(c_n)$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0.

3- Calcule la limite de $f_n$ en $+\infty$.

4- Justifie que $f_n$ est strictement croissante sur $[0;+\infty[$ puis dresse son tableau de variation.

5- On admet que : $\forall\, t \in [0\,;+\infty[\,,\ 0 \leq e^{-t} + t - 1 \leq \frac{1}{2}t^2$

a) Démontre que : $\forall x > 0\,,\quad 0 \leq f_n(x) - \left(x - \frac{1}{n}\right) \leq \frac{1}{2n^2x}$ .

b) Justifie que la droite $(D_n)$ d'équation $y = x - \frac{1}{n}$ est une asymptote à $(C_n)$

6- Construis $(C_2)$, son asymptote et sa tangente en 0.

**Partie B**

1- Démontre que $\forall n\ x \in \mathbb{N}^*$ , l'équation $f_n(x) = 1$ admet une unique solution $u_n$ sur $[1;+\infty[$ .

2- Démontre que $u_n$ est une solution de l'équation : $xlnx = \frac{1}{n}$ .

3- Soit $h$ la fonction définie sur $[1;+\infty[$ $par\ h(x) = xlnx.$

a) Justifie que $h$ est strictement croissante sur $[1;+\infty[$.
b) Justifie que la suite $(u_n)$ est strictement décroissante.

**<u>Exercice 6</u>** : **(5 points)**

Pour faire fructifier ses affaires, un jeune de la région de la Mé décide d'ouvrir le coffre-fort contenant des objets précieux que lui a légués son défunt père anciennement professeur de Mathématiques.

Après avoir ouvert le coffret contenant le coffre-fort, il découvre une enveloppe contenant une feuille sur laquelle sont données des indications sur le code de déverrouillage du coffre-fort.

Sur la feuille, on pouvait lire ceci :

- Le code de déverrouillage est un nombre entier naturel de quatre chiffres, multiple de 99 ;
- Le chiffre des milliers est le chiffre des unités du nombre $3^{2024}$ ;
- Le chiffre des centaines est la plus petite solution entière positive de l'équation : $4x + 1 \equiv 0[7]$.

Ne sachant pas exploiter ces informations, il sollicite son neveu en classe de terminale C dans un lycée de la région qui à son tour te soumet sa préoccupation.

À l'aide d'une production argumentée, basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de ce jeune.