

BACCALAUREAT BLANC  
SESSION 2026

**MATHEMATIQUES**

Durée : 4H  
Coefficient : 5

SERIE C

*Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.  
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées*

**EXERCICE 1 (2 points)**

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de chacune des propositions du tableau ci-dessous suivi de VRAI si la proposition vraie ou FAUX si elle est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1	Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ l'équation réduite d'une ellipse d'équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ a pour excentricité $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$ avec $a \neq 0$ et $a > b$
2	$A, B$ et $C$ étant trois points du plan. $a, b$ et $c$ trois nombres réels tels que $a + b + c = 0$ , pour tout point $M$ du plan on a : $aMA^2 + bMB^2 + cMC^2 = aOA^2 + bOB^2 + cOC^2 - 2\vec{OM} \cdot \vec{U}$ où $\vec{U} = a\vec{OA} + b\vec{OB} + c\vec{OC}$ et $O$ est un point quelconque du plan.
3	$f$ et $g$ sont des fonctions définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ et $\alpha$ un nombre réel. Si $f \circ g$ est dérivable en $\alpha$ alors $(f \circ g)'(\alpha) = f(\alpha) \times f' \circ g(\alpha)$
4	Pour tout nombre réel $a$ tel que $0 < a < 1$ , on a : $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$

**EXERCICE 2 (2 points)**

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, les informations des lignes A, B, C et D permettent d'avoir trois propositions dont une seule est vraie. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de l'information qui permet d'avoir la proposition vraie.

N°	Énoncés	Informations	
1	$\overline{11101110}$ est l'écriture en base 2 du nombre	A	118
		B	200
		C	124
		D	136
2	Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ l'équation réduite d'une hyperbole d'équation $-\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ a l'un des foyers de coordonnées	A	$(-\sqrt{13} ; 0)$
		B	$(\sqrt{13} ; 0)$
		C	$(0 ; \sqrt{13})$
		D	$(0 ; -\sqrt{5})$
3	Une primitive $F$ sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x-1}{e^{3x^2-6x+1}}$ est la fonction définie par :	A	$F(x) = \frac{1}{6}e^{-3x^2+6x-1}$
		B	$F(x) = -\frac{1}{6}e^{-3x^2+6x-1}$
		C	$F(x) = \frac{1}{6}e^{3x^2-6x+1}$
		D	$F(x) = -\frac{1}{6}e^{3x^2-6x+1}$

N°	Énoncés	Informations	
		A	$]1 - e ; +\infty [$
4	L'inéquation $-1 + \ln(1 - x) < 0$ a pour ensemble de solution sur $\mathbb{R}$	B	$]1 - e ; 1[$
		C	$] -\infty ; 1[$
		D	$] -\infty ; 1 - e[$

**EXERCICE 3 (3 points)**

On considère dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ , les points A(-1; 2; 0), B(1; 2; 4) et C(-1; 1; 1).

1. Soit  $\vec{n}$  le vecteur de coordonnées (2 ; -1 ; -1)

- a) Démontre que  $\vec{n}$  est un vecteur normal au plan (ABC).
- b) Détermine une équation cartésienne du plan (ABC).

2. Soient  $P_1$  le plan d'équation  $3x + y - 2z + 3 = 0$  et  $P_2$  le plan passant par O et parallèle au plan d'équation  $x - 2z + 6 = 0$ .

- a) Démontre que le plan  $P_2$  a pour équation  $x - 2z = 0$ .
- b) En déduis que les plans  $P_1$  et  $P_2$  sont sécants.

3. Soit la droite (D) dont un système d'équations paramétriques est 
$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -4t - 3; t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

- a) Démontre que (D) est la droite d'intersection des plans  $P_1$  et  $P_2$ .
- b) Démontre que la droite (D) coupe le plan (ABC) en un point I dont on déterminera les coordonnées.

**EXERCICE 4 (3 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . Unité : 3cm

1. On considère, l'équation (E) :  $z \in \mathbb{C}, iz^2 + e^{2i\theta}z + i(1 + e^{2i\theta}) = 0$  (où  $\theta \in ]0; \frac{\pi}{2}[$ )

a) Justifie que :  $(e^{2i\theta} + 2)^2 = e^{i4\theta} + 4e^{2i\theta} + 4$

b) Résous dans  $\mathbb{C}$ , l'équation (E)

2. Soit A, B, C et D les points d'abscisses respectifs :

$$z_A = -i, z_B = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, z_C = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ et } z_D = i(1 + e^{2i\theta})$$

a) Place les points A, B et C dans le plan muni du repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

b) Démontre que  $z_D = 2(\cos \theta)e^{i(\theta + \frac{\pi}{2})}$

3. Soit G le barycentre des points pondérés (A, -1), (B, 2) et (C, 2).

a) Justifie que l'affixe de G est  $i$ .

b) Calcule  $GA^2, GB^2$  et  $GC^2$

c) Détermine et construis l'ensemble  $(\Gamma)$  des points M du plan vérifiant :  $-MA^2 + 2MB^2 + 2MC^2 = 3$

**EXERCICE 5 (5 points)**

**Partie A**

Soit la fonction  $g_n$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g_n(x) = 1 - \frac{n}{1+x^n} + \ln(1 + \frac{1}{x^n})$  où  $n$  est nombre entier naturel  $n \geq 4$

- 1) Calcule la limite de  $g_n$  en 0 et en  $+\infty$
- 2) On admet que  $g_n$  est dérivable sur  $]0; +\infty[$ 
  - a) Calcule  $g'_n(x)$  et démontre que  $\forall x \in ]0; +\infty[ , g'_n(x) = \frac{n}{x(1+x^n)^2} ((n-1)x^n - 1)$
  - b) Étudie le sens de variation de  $g_n$
  - c) Démontre que la valeur minimale de  $g_n$  sur  $]0; +\infty[$  est  $\ln(n) - n + 2$
- 3) On admettra que pour  $n$  nombre entier naturel  $n \geq 4$ ,  $\ln(n) - n + 2 < 0$   
En déduis que l'équation  $\in ]0; +\infty[ , g_n(x) = 0$  admet deux solutions  $\alpha_n$  et  $\beta_n$ . On notera  $\alpha_n$  la plus petite.
- 4) Démontre que  $\forall x \in ]0; \alpha_n[ \cup ]\beta_n; +\infty[ , g_n(x) > 0$  et  $\forall x \in ]\alpha_n; \beta_n[ , g_n(x) < 0$

**Partie B**

Soit  $f_n$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$  par : 
$$\begin{cases} f_n(x) = x - 1 + x \ln(1 + \frac{1}{x^n}), x > 0 \\ f_n(0) = -1 \end{cases}$$

On désigne par  $(C_n)$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ , unité graphique 1cm.

- 1- a) Étudie la continuité et la dérivabilité de  $f_n$  en 0  
b) Interprète graphiquement le résultat de la dérivabilité de  $f_n$  en 0
- 2- On admet que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = +\infty$ 
  - a) Démontre que  $f_n$  est une primitive sur  $]0, +\infty[$  de la fonction  $g_n$
  - b) Dresse le tableau de variation de  $f_n$  sur  $[0, +\infty[$
- 3- a) Étudie les positions relatives des courbes  $(C_n)$  et  $(C_{n+1})$  pour  $n$  nombre entier  $n \geq 4$   
b) Déduis-en que toutes les courbes  $(C_n)$  passent par deux points fixes dont on précisera les coordonnées.
- 4- Tracer les courbes  $(C_1)$  et  $(C_2)$  dans le même repère.

**EXERCICE 6 (5 points)**

Pendant les vacances scolaires, un entrepreneur confie à son fils, la gestion de sa station de carburant située dans la ville d'Adzopé. Après quelques jours de services, les pompistes informent son fils que le réservoir de  $500m^3$  de gasoil est vide. Celui-ci informe le fournisseur de son père à la SIR (Société Ivoirienne de Raffinage). Le fournisseur lui dit que pour le ravitailler, il ne dispose que de camions citernes de capacités  $14m^3$  et  $23m^3$ .

Son fils souhaite déterminer le nombre exact de camions citernes de chaque type pour le remplissage du réservoir de  $500m^3$ . Éprouvant des difficultés à effectuer les calculs, il te sollicite.

À l'aide de tes connaissances mathématiques, détermine le nombre de camions de chaque type nécessaire pour le remplissage du réservoir de  $500m^3$ .