

BACCALAUREAT BLANC  
SESSION 2026

Durée : 4H  
Coefficient : 4

# MATHEMATIQUES

## SERIE D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3.

Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

### EXERCICE 1 (2 points)

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1.	Pour tous nombres réels $a$ et $b$ strictement positifs, $\ln\left(\frac{a}{b}\right) + \ln\left(\frac{b}{a}\right) = 0$ .
2.	La variance $V(X)$ d'une variable aléatoire $X$ est définie par : $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$
3.	Si $f$ est une fonction continue et strictement décroissante sur un intervalle $]a; b[$ , alors $f$ réalise une bijection de $]a; b[$ , sur $]f(a); f(b)[$ .
4.	Si A et B sont deux événements incompatibles tels que $p(A) = \frac{1}{3}$ et $p(B) = \frac{1}{12}$ alors $p(A \cup B) = \frac{5}{12}$

### EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations incomplètes ci-dessous ; quatre réponses A, B, C et D sont données dont une seule est juste.

Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

Exemple : 1-A ou 1-B ou 1-C ou 1-D

N°	AFFIRMATIONS INCOMPLETES	REPONSES	
1.	La dérivée sur IR de la fonction $x \mapsto \left(\frac{1}{2}\right)^x$ est...	A	$x \mapsto (\ln 2)e^{x \ln 2}$
		B	$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$
		C	$x \mapsto -(\ln 2)\left(\frac{1}{2}\right)^x$
		D	$-\ln(2)e^{x \ln 2}$
2.	Une primitive sur IR de la fonction $f$ définie par $f(x) = 3x + \sqrt{3}$ est ...	A	$F(x) = \frac{3x^2}{2} + \sqrt{3}$
		B	$F(x) = x\sqrt{3}$
		C	$F(x) = \frac{3x^2}{2} + x\sqrt{3}$
		D	$F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 3\sqrt{x}$

3.	Le conjugué du nombre complexe $z + 1$ est :	A	$1 + \bar{z}$
		B	$-1 + \bar{z}$
		C	$1 - \bar{z}$
		D	$z - 1$
4.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x$ est égale ....	A	0
		B	$\frac{1}{3}$
		C	$+\infty$
		D	$-\infty$

**EXERCICE 3**

(2,5 points)

On considère la fonction polynôme P définie par :  $P(z) = z^3 - z^2 - (1 + i)z - 2 + 2i$

1-a) Calcule  $(1 + 2i)^2$

b) Justifie que  $P(z) = (z - 2)(z^2 + z + 1 - i)$

c) Déduis-en les solutions de l'équation (E) :  $z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points A,

B et C d'affixes respectives  $-1 - i$  ;  $2$  et  $i$ ,

a) Place les points A, B et C

b) Calcule  $|z_A - z_C|$  ;  $|z_B - z_C|$  et déduis-en la nature du triangle ABC

**EXERCICE 4**

(3 points)

Sur une route, un carrefour est équipé d'un feu tricolore.

On admet que la probabilité pour que le feu soit vert lors d'un passage est égale à  $\frac{3}{4}$ .

Un automobiliste passe 5 fois à ce carrefour dans les mêmes conditions et de façon indépendante.

On note X la variable aléatoire représentant le nombre de fois où l'automobiliste rencontre le feu vert.

1- Justifie que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres.

2- a) Détermine la loi de probabilité de X. (On donnera chaque probabilité sous la forme d'une fraction irréductible)

b) Calcule l'espérance mathématique (arrondie d'ordre zéro) et la variance de X.

c) Interprète l'espérance mathématique obtenue.

3- L'automobiliste passe maintenant  $n$  fois ( $n \geq 2$ ) à ce carrefour, dans des conditions identiques et indépendantes

On note :

- $p_n$  la probabilité pour que le feu soit vert au moins une fois

- $q_n$  la probabilité pour que le feu ne soit jamais vert sur les  $n$  passages.

a) Justifie que  $q_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$

b) Déduis-en  $p_n$

**EXERCICE 5**

(5,5 points)

Partie A

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies par :  $f(x) = x + 2e^{-x}$  et  $g(x) = \ln(x + 2e^{-x})$

1. justifie que :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
2. a) Justifie que  $f$  est strictement décroissante sur  $] - \infty; \ln 2[$  et strictement croissante sur  $]\ln 2; +\infty[$ .  
b) Dresse le tableau de variation de  $f$  et déduis-en le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

Partie B

1. a) Justifie que la fonction  $g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  à l'aide de la question 2b) partie A.  
b) Justifie que :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ .  
c) Justifie que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$ . Interprète graphiquement ces résultats.
2. a) Justifie que :  $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = -x + \ln(xe^x + 2)$ .  
b) Justifie que la droite  $(D) : y = -x + \ln 2$  est une asymptote oblique à  $(C_g)$  en  $-\infty$ .  
c) Etudie la position relative de  $(C_g)$  par rapport à la droite  $(D)$ .
3. on admet que la fonction  $g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ .  
a) Démontre que :  $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = \frac{1-2e^{-x}}{x+2e^{-x}}$ .  
b) Déduis-en le sens de variation de  $g$  et dresse son tableau de variation.
4. a) Calcule  $g(-1)$ .  
b) Démontre que  $g$  réalise une bijection de  $] - \infty; \ln 2[$  vers un intervalle  $K$  que l'on précisera.  
c) On note  $g^{-1}$  la bijection réciproque de  $g$ .  
Démontre que  $g^{-1}$  est dérivable en  $\ln(-1 + 2e)$  et déduis que :  $(g^{-1})'(\ln(-1 + 2e)) = -1$ .
5. Construis la droites  $(D)$  et la courbe  $(C_g)$  dans le repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

**EXERCICE 6**

(5 points)

En suivant une partie d'un documentaire à la télévision, un élève de la classe de 1<sup>ère</sup> apprend que la trajectoire d'un astroïde a l'allure de la courbe d'une fonction  $K$  dont la dérivée  $K'$  est donnée par l'expression

$$K'(t) = t\sqrt{t+3} \text{ où } t \text{ désigne le temps en minute ; et que ce corps rocheux a parcouru } 1 \text{ km en une minute.}$$

Il veut déterminer la distance parcourue par l'astroïde au bout d'une heure.

Ayant du mal à déterminer l'expression  $K(t)$  de  $K$ , il soumet sa préoccupation à son grand frère, ton ami de quartier. Celui-ci qui a suivi entièrement le documentaire, lui donne l'information complémentaire que

l'expression  $K(t)$  est de la forme  $(at^2 + bt + c)\sqrt{t+3} + d$  avec  $a, b, c$  et  $d$  des nombres réels.

Malheureusement, lui non plus n'arrive à déterminer  $K(t)$ . ( $K(t)$  désigne la distance parcourue en km)

Connaissant tes talents en Mathématiques, il te sollicite. Aide-le à déterminer la distance parcourue par l'astroïde au bout d'une heure.