

BACCALAUREAT BLANC

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Série : C ; Durée : 4 Heures

Coefficient : 5

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3

Le candidat recevra une feuille de papier millimétré

EXERCICE 1 (2 points)

Dans cet exercice, nous proposons cinq affirmations numérotées de 1 à 5. Ecris sur ta copie le numéro de chaque affirmation suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

Exemple : 5 – Faux

N°	Affirmations
1	Soit (u_n) et (v_n) deux suites numériques telles que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq v_n$. on peut affirmer que si (u_n) est divergente alors (v_n) est aussi divergente.
2	Une fonction qui est dérivable sur un intervalle admet des primitives sur cet intervalle.
3	Soit a et b deux entiers relatifs non nuls et k un entier naturel, s'il existe des entiers relatifs u et v tels que : $au + bv = k$ alors k est le PGCD de a et b .
4	Soit ABCD un carré. La composée $S_{(AC)} \circ t_{\overline{BC}}$ est une symétrie glissée.
5	Le conjugué du nombre complexe $e^{\frac{i\pi}{5}}$ est $e^{-i\frac{\pi}{5}}$

EXERCICE 2 (2 points)

Dans le tableau ci – dessous, cinq affirmations incomplètes numérotées de 1 à 5 sont données. On propose trois réponses A, B, et C.

Pour chaque ligne du tableau, une seule réponse permet de compléter une affirmation incomplète pour obtenir une affirmation juste.

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne et la lettre correspondant à la réponse pour avoir l'affirmation juste. **Exemple : 5-C**

N°	Affirmations incomplètes	Réponses		
		A	B	C
1	La composée de la rotation de centre A et d'angle non nul α et de la symétrie orthogonale d'axe (D) telle que $A \notin (D)$ est	une symétrie orthogonale	une rotation	une symétrie glissée
2	Soit ABC un triangle et G le barycentre des points pondérés $(A, -2)$, $(B, 1)$ et $(C, 3)$. L'ensemble des points M du plan tels que $\ -2 \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3 \overrightarrow{MC} \ = 2 \ \overrightarrow{MA} \ $ est	La médiatrice du segment $[AG]$.	Un cercle de centre G	Une droite de vecteur normal \overrightarrow{AB}
3	l'inéquation $(I): x \in \mathbb{R}; \ln^2(x) + 3 \ln(x) - 4 \geq 0$ a pour ensemble de solutions :	$]0; \frac{1}{e^4}] \cup [e; +\infty[$	$\{e^{-4}; e\}$	$[e^{-4}; e]$
4	Le nombre réel $\frac{\sqrt[5]{2^3 \times 4} \sqrt{\frac{1}{2^5}}}{\sqrt[6]{2^{-4}}}$ est égal à	${}^6\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
5	L'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie : $ z - 1 + i = z + 2i $ est :	La médiatrice de $[EF]$ avec $E(-1 + i), F(2i)$	un cercle	La médiatrice de $[EF]$ avec $E(1 - i), F(-2i)$

EXERCICE 3 (3 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points :

$$A(1; 1; 4) ; B(4; 2; 5), C(3; 0; -2) \text{ et } K(1; 4; 2)$$

- 1) Justifie que les points A , B et C définissent un plan unique noté (P) .
- 2) a) Détermine un vecteur normal au plan (ABC) .
- b) Démontre qu'une équation cartésienne du plan (P) est : $x - 4y + z - 1 = 0$
- 3) Soit (Δ) la droite passant par K de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Justifie que la droite (Δ) est parallèle au plan (P)

- 4) On considère le point $\Omega(1; 9; 0)$.
- a) Détermine une représentation paramétrique de la droite (D) passant par Ω et orthogonale au plan (P)
- b) Justifie que (D) coupe le plan (P) au point $H(3; 1; 2)$
- c) Calcule la distance ΩH

EXERCICE 4 (3 points)

Soit u un nombre complexe.

On considère dans \mathbb{C} , l'équation $(E): z^2 - (2u - i\bar{u})z - 2iu\bar{u} = 0$,

(\bar{u} désigne le conjugué de u).

1-a) Justifie que le discriminant de (E) est : $(2u + i\bar{u})^2$.

b) Résous dans \mathbb{C} , l'équation (E) .

2- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$. Unité graphique : 2cm.

On considère les points A, M_1 et M_2 d'affixes respectives $2i, -i\bar{u}$ et $2u$.

Soit (H) l'ensemble des points M d'affixe u tels que les points A, M_1 et M_2 sont alignés.

- a) Démontre qu'une équation cartésienne de (H) est : $x^2 + 2x - y^2 + y = 0$.
- b) Détermine la nature de (H) .
- c) Détermine les sommets et les asymptotes de (H) dans le repère $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$.
- 3-a) Justifie que le point O appartient à (H) .
- b) Construis (H) dans le repère $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$.

EXERCICE 5 (5 points)

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

On considère la famille de fonctions g_n dérivables sur \mathbb{R} et définies par :

$g_n(x) = (n-1)e^{nx} - ne^{(n-1)x} - 1$ et de courbes représentatives (C_n) dans un repère orthogonal (O, I, J) .

1. a) Justifie que la limite de g_n en $-\infty$ est -1 . Donne une interprétation graphique du résultat.
b) Calcule la limite de g_n en $+\infty$.
2. a) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}, g'_n(x) = n(n-1)(e^x - 1)e^{(n-1)x}$.
b) Étudie les variations de g_n puis dresse son tableau de variations.
c) Justifie que l'équation $g_n(x) = 0$ admet une unique solution réelle qu'on notera a_n .
d) Démontre que : $\forall x \in]-\infty; a_n[, g_n(x) < 0$ et $\forall x \in]a_n; +\infty[, g_n(x) > 0$.
3. Démontre que : $\forall n \geq 2 ; a_n > 0$.
4. a) Démontre que : $\forall x > 0$ et $\forall n \geq 2 ; g_{n+1}(x) - g_n(x) > 0$. Déduis-en que $\forall n \geq 2 ; g_{n+1}(a_n) > 0$.
b) Démontre que la suite $(a_n)_{n \geq 2}$ est strictement décroissante.
c) Déduis des résultats précédents que la suite $(a_n)_{n \geq 2}$ est convergente.
5. a) Justifie que : $\forall n \geq 2 ; e^{a_n} = 1 + \frac{1}{n}(e^{a_n} + e^{(1-n)a_n})$.
b) Déduis-en la limite L de la suite $(a_n)_{n \geq 2}$.

EXERCICE 6 (5 points)

À la dernière réunion de Monsieur le Directeur Régional de l'Éducation Nationale, de l'Alphabétisation et de l'Enseignement Technique de Yamoussoukro avec les chefs de structures de la DRENAET, l'idée de l'organisation d'une cérémonie solennelle de proclamation des résultats des examens blancs régionaux session 2026 a été lancée. Cette cérémonie regroupera dans l'un des établissements de la DRENAET de Yamoussoukro tous les responsables de l'école à Yamoussoukro autour du Directeur Régional pour reconnaître les mérites des meilleurs élèves à l'issue des résultats des dits examens. Elle va commencer par une phase de Salut aux couleurs. Autour du drapeau national, le Directeur Régional rappellera les valeurs du travail, le civisme, le respect des symboles nationaux et l'unité autour de la devise Union - Discipline - Travail. Un comité chargé du pilotage de l'organisation a présenté déjà trois schémas de disposition des élèves au pied du mât :

- La première disposition présente les élèves en rangées de 17 ; dans ce cas, il manquerait 14 élèves dans la dernière rangée.
- La deuxième disposition présente les élèves en rangées de 19 ; il manquerait alors 7 élèves dans la dernière rangée.
- La dernière disposition présente les élèves en rangées de 6 ; dans ce cas encore, il manquerait 4 élèves dans la dernière rangée.

Monsieur le Directeur Régional est préoccupé par le nombre d'élèves que ces dispositions présentent. Pris par les schémas trouvés, ce nombre a été oublié par le comité de pilotage mais l'un d'eux se souvient que ce nombre est inférieur à 1000. Sollicité par le comité d'organisation, ton professeur de Mathématique se propose de poser le problème à ses élèves pour leur contribution à la réussite de la cérémonie. Le premier élève qui trouve la solution sera récompensé ce jour-là. Dans l'espoir de remporter la récompense, chaque élève s'engage à trouver le nombre d'élèves prévus pour la cérémonie. À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques au programme, réponds à la préoccupation du Directeur Régional.