



# MATHÉMATIQUES

Durée : 3h

Niveau : BAC D

**Exercice 1 (2 points)**

Ecris le numéro de chaque affirmation suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

1) Soit  $f$  une fonction dérivable réalisant une bijection de  $[1 ; +\infty[$  sur  $]-\infty ; 1]$ .

Si  $f'$  ne s'annule pas sur  $[1 ; +\infty[$  alors  $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(f^{-1}(0))}$ .

2) Un schéma de Bernoulli est une expérience aléatoire ne conduisant qu'à deux éventualités : l'une est appelée succès et l'autre échec.

3) Soit  $a \in \mathbb{R}^* \setminus \{1\}$  et  $x > 0$ , on a :  $a^x = e^{a \ln x}$ .

4) Si  $u$  est dérivable sur un intervalle  $I$  et  $v$  dérivable sur un intervalle  $J$  contenant  $u(I)$ , alors la fonction  $v \circ u$  est dérivable sur  $I$  et :  $\forall x \in I ; (v \circ u)'(x) = v'(x) \times (u' \circ v)(x)$ .

**Exercice 2 ( 2 Points )**

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir une affirmation juste.

Ecris, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncé incomplet	Réponses	
		A	B
1.	Pour tout $a > 0$ , $\log(10^{-a})$ est égal à ...	A	$\frac{\ln 10}{\ln a}$
		B	$-a$
		C	$\frac{-\ln a}{\ln 10}$
		D	$\frac{-a}{10}$
2.	Soit $X$ une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n$ et $p$ . L'écart - type de $X$ est égal à ...	A	$\sqrt{np(1-p)}$
		B	$\sqrt{n(1-p)}$
		C	$np$
		D	$\sqrt{np}$
3.	Soit $z_1$ et $z_2$ deux nombres complexes tels que $z_1 = 9e^{-\frac{\pi}{4}i}$ et $z_2 = 6e^{-\frac{5\pi}{6}i}$ . Une écriture sous forme exponentielle de $\frac{z_1}{z_2}$ est ...	A	$\frac{9}{6}e^{-\frac{6\pi}{10}i}$
		B	$\frac{3}{2}e^{-\frac{13\pi}{12}i}$
		C	$\frac{3}{2}e^{\frac{7\pi}{12}i}$
		D	$\frac{3}{2}e^{-\frac{7\pi}{12}i}$
4.	L'inéquation $e^{-x} - 1 \leq 0$ a pour ensemble de solutions dans $\mathbb{R}$ :	A	$]-\infty ; 1]$
		B	$]-\infty ; 0]$
		C	$[0 ; +\infty[$
		D	$[1 ; +\infty[$

**EXERCICE 3 6points**

Soit  $P$  le polynôme défini par :  $P(z) = z^3 + (2i - 4)z^2 + 2(2 - 3i)z - 4 + 8i$ ,  $z \in \mathbb{C}$ .

- Vérifie que :  $P(-2i) = 0$
- Justifie que :  $P(z) = (z + 2i)(z^2 - 4z + 4 + 2i)$
- a- Justifie que  $2 - 2i$  une racine carrée de  $-8i$   
 b- Résous dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 - 4z + 4 + 2i = 0$ .  
 c- Dédus des questions précédentes les solutions de l'équation :  $z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$ .
- Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  (Unité graphique 2cm)  
 On donne les points A, B et C d'affixes respectives  $1 + i$  ;  $-2i$  et  $3 - i$ .  
 a- Place les points A, B et C dans le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .  
 b- Justifie que  $BA = BC$  puis déduis-en la nature du triangle ABC.
- Soit  $(\Gamma)$  l'ensemble des points M du plan d'affixe  $z$  telle que  $|z - 1 - i| = |z - 3 + i|$ .  
 Détermine la nature de  $(\Gamma)$ .

## EXERCICE 4 (5 points)

Les deux parties sont indépendants

### PARTIE A

Soit  $g$  la fonction définie sur  $]1; +\infty[$  par :  $g(x) = \frac{1}{x-1} - \ln(x-1)$ .

On note  $(\mathcal{C}_g)$  la courbe représentative de  $g$  dans le plan muni du repère  $(O, I, J)$ .

- Calcule la limite de  $g$  à droite en 1.
  - Interprète le résultat obtenu.
- Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .
  - Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$ .
  - Donne une interprétation graphique des résultats obtenus précédemment.
- On suppose que  $g$  est dérivable sur  $]1; +\infty[$  et on note  $g'$  sa fonction dérivée.
  - Justifie que :  $\forall x \in ]1; +\infty[, g'(x) = \frac{-x}{(x-1)^2}$ .
  - Déduis de ce qui précède le signe de  $g'(x)$ .
  - Dresse le tableau de variation de  $g$ .
- Démontre que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique dans l'intervalle  $]1; +\infty[$ .  
On note  $\alpha$  cette solution.
  - Vérifie que :  $2,7 < \alpha < 2,8$ .

En vue de sélectionner des joueurs pour un tournoi international de football, une fédération nationale met à la disposition de l'entraîneur un certain nombre de joueurs évoluant au pays et hors du pays. Parmi eux, il y a des joueurs professionnels et des joueurs non professionnels.

Ces joueurs se répartissent comme suit :

- 75% des joueurs évoluent au pays ;
- 60% des joueurs évoluant au pays sont professionnels ;
- 80% des joueurs évoluant hors du pays sont professionnels.

On choisit au hasard un joueur pour subir un test antidopage.

On désigne par A l'évènement « Le joueur choisi évolue au pays ».

On désigne par B l'évènement « Le joueur choisi est professionnel ».

On désigne par C l'évènement « Le joueur choisi évolue au pays et est professionnel ».

- Traduis l'énoncé par un arbre de probabilité.
  - Donne  $P_A(B)$ , la probabilité de B sachant A.
  - Démontre que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,45.
- Calcule la probabilité de B.

### Partie B

Un entraîneur doit sélectionner des joueurs parmi ceux mis à sa disposition. Pour ce faire, il soumet d'abord chaque joueur à un test qui consiste à faire trois tirs au but successifs à partir du point de penalty. Est retenu à l'issue de ce premier test, tout joueur qui réussit au moins deux de ses trois tirs. On suppose que les tirs sont indépendants les uns des autres et que la probabilité qu'un joueur donné réussisse un tir est égale à  $\frac{3}{4}$ .

- Soit  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de tirs réussis par un joueur donné à l'issue de l'épreuve de trois tirs au but successifs.
  - Détermine les valeurs prises par  $X$ .
  - Détermine la loi de probabilité de  $X$ .
- Calcule l'espérance mathématique de  $X$ .
- Démontre que la probabilité qu'un joueur donné soit retenu est égale à  $\frac{27}{32}$ .

## EXERCICE 5 (5 points)

Une entreprise de téléphonie mobile souhaite organiser un jeu lors de la journée sportive du GEEAD Abidjan nord. Les responsables de

L'entreprise définissent les modalités du jeu comme suit :

- le jeu consistera à tirer au hasard un jeton d'une boîte contenant des jetons rouges, des jetons blancs et des

Jetons verts ;

- si le jeton tiré est rouge, le joueur gagne 1800 F ; s'il est blanc, il perd 1500 F ; s'il est vert, il effectue un

second tirage avec remise du premier. Si le second jeton tiré est rouge, il gagne 1900 F ; s'il est blanc, il perd

800 F et s'il est vert, il perd 700 F ;

- la boîte contiendra 5 jetons rouges et 6 jetons blancs ;

- cependant, pour le nombre de jetons verts, les responsables de l'entreprise voudraient connaître le nombre

minimal de jetons verts à introduire dans la boîte pour espérer obtenir un jeu qui leur sera favorable.

N'étant pas qualifiés pour ces types de calculs, ils te sollicitent.

En utilisant tes connaissances mathématiques au programme, propose à cette entreprise une solution

Argumentée.