

MATHÉMATIQUES

SERIE: D

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2 et 3/3.
Chaque candidat devra se munir de deux feuilles de papier millimétré.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

EXERCICE 1 (2 points)

Réponds à chaque affirmation sur ta feuille de copie par V si l'affirmation est Vraie et par F si l'affirmation est Fausse. **Exemple : 5-F**

| N° | PROPOSITIONS |
|----|--|
| 1 | Les racines carrées du nombre complexe $a + ib$ sont les solutions du système $\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ x^2 - y^2 = a + ib \\ 2xy = b \end{cases}$ |
| 2 | Soit f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I , (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère et a un élément de I . Le point $A(a; f(a))$ est un point d'inflexion de (C_f) lorsque $f^{(2)}$ s'annule en a en changeant de signe. |
| 3 | Une primitive sur un intervalle I de la fonction $u'v + uv'$ est la fonction $u \times v$ |
| 4 | Si $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = +\infty$ alors (C_f) admet une demi-tangente horizontale au point d'abscisse x_0 . |

EXERCICE 2 (2 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse. **Exemple : 5-D**

| N° | ÉNONCÉ | Réponses | | | | | | | | | |
|----|---|--------------|---------------------------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---|------------|
| 1 | Soit la loi de probabilité suivante : <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>-200</td> <td>300</td> <td>800</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{2}{7}$</td> <td>$\frac{4}{7}$</td> <td>$\frac{1}{7}$</td> </tr> </table> E(X) étant l'espérance mathématique de X | x_i | -200 | 300 | 800 | $P(X = x_i)$ | $\frac{2}{7}$ | $\frac{4}{7}$ | $\frac{1}{7}$ | A | E(x) = 800 |
| | | x_i | -200 | 300 | 800 | | | | | | |
| | | $P(X = x_i)$ | $\frac{2}{7}$ | $\frac{4}{7}$ | $\frac{1}{7}$ | | | | | | |
| | | B | E(x) = 300 | | | | | | | | |
| C | E(x) = $\frac{1600}{7}$ | | | | | | | | | | |
| 2 | Pour tout nombre réel, $\left(\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}\right)^2 + \left(\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}\right)^2$ est égal à | A | 1 | | | | | | | | |
| | | B | 0 | | | | | | | | |
| | | C | -1 | | | | | | | | |
| 3 | si pour tout nombre réel x non nul, $3 - \frac{1}{x} < f(x) < \frac{1}{x} + 3$, alors la limite de en $+\infty$ est égale à | A | 0 | | | | | | | | |
| | | B | $-\infty$ | | | | | | | | |
| | | C | 3 | | | | | | | | |
| 4 | Une primitive de F de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{4x-1}$ sur $\left] \frac{1}{4}; +\infty \right[$ est | A | $F(x) = \ln(4x - 1)$ | | | | | | | | |
| | | B | $F(x) = 4\ln(4x - 1)$ | | | | | | | | |
| | | C | $F(x) = \frac{1}{4}\ln(4x - 1)$ | | | | | | | | |

EXERCICE 3**(3 points)**

Sur une route, un carrefour est muni d'un feu tricolore A. On admet que la probabilité pour que le feu A soit vert est $\frac{3}{4}$. Un automobiliste passe 5 fois à ce carrefour muni du feu A.

Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de fois où l'automobiliste rencontre le feu vert.

- 1) Calcule la probabilité pour que l'automobiliste rencontre exactement 3 fois le feu vert.
2. a) Calcule l'espérance mathématique et la variance de la variable aléatoire X.
b) Donne l'arrondi d'ordre zéro de l'espérance mathématique de X et interprète ce résultat.

EXERCICE 4**(3 points)**

On considère le polynôme complexe défini par :

$$z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 - (6 + 14i)z^2 + (-52 + 64i)z + 6i(4 - 28i)$$

1. a) Justifier que $6i$ est une racine de $P(z)$.
b) Déterminer trois nombres complexes a, b et c tels que : $P(z) = (z - 6i)(az^2 + bz + c)$
2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $P(z) = 0$.
3. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est le centimètre.
Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 2 + 6i$, $z_B = 4 + 2i$ et $z_C = 6i$.
a) Placer les points A, B et C dans le plan.
b) Déterminer la forme algébrique de $z = \frac{z_B - z_O}{z_B - z_A}$ où z_O est l'affixe de l'origine du repère
c) En déduire la nature du triangle OAB.

EXERCICE 5**(5 points)**

1. Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x - 2 - 2x \ln x$.

- a. Détermine son sens de variation.
- b. Déduis-en le signe de $f(x)$.

2. Soit g la fonction définie sur $]0 ; 2[\cup]2 ; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{\ln x}{(x-2)^2}$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J).

- a. Calcule les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.

Interprète graphiquement les résultats obtenus.

- b. Démontre que : pour tout x de $]0 ; 2[\cup]2 ; +\infty[$, $g'(x) = \frac{f(x)}{x(x-2)^3}$.

- c. Détermine le sens de variation de g et dresse son tableau de variation.
- d. Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.
- e. Construis (C) et (T) dans le repère (O, I, J) (unité 2 cm).

EXERCICE 6 (5 points)

Lors de la fête de fin d'année, une enquête faite par le conseil scolaire d'un lycée, auprès d'un échantillon d'élèves de terminales C et D révèle que :

- 25% des élèves aiment jouer au damier sachant qu'ils sont de la terminale C.
- Un tiers des élèves aiment jouer au damier sachant qu'ils sont de la terminale D.
- 3 élèves sur 10 aiment jouer au damier.

Junior, le responsable des jeux et loisirs du conseil scolaire, choisit au hasard un élève de cet échantillon et note:

Cependant, Junior ne se souvient plus de la proportion des élèves de la de terminale D qui doit figurer dans son rapport. Pour cela, étant élève de la terminale C, il sollicite ton aide.

A l'aide de tes connaissances mathématiques, aide Junior à retrouver la valeur de $P(E)$.