BACCALAURÉAT BLANC **Coefficient : 4**
SESSION MARS 2023 **Durée : 4 heures**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte trois (3) pages. Toute calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une proposition est donnée.
Ecris sur ta copie le numéro de la proposition suivi de VRAI lorsque la proposition est correcte ou de FAUX lorsqu'elle est incorrecte.

N°	Propositions
1	X est une variable aléatoire définie sur un univers Ω et P une probabilité sur Ω. La fonction de répartition de X est l'application F de $\mathbb{R}$ dans $[0;1]$ définie par : $F(x) = P(X \geq x)$.
2	L'image d'un intervalle ouvert I par une fonction continue non monotone sur I est un intervalle ouvert.
3	Toute fonction continue sur un intervalle K admet une infinité de primitives sur K.
4	$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(ex+1) - \ln(x+4) = 1$

EXERCICE 2 **(2 points)**

Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule est juste.
Ecris sur ta copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	Enoncés		Réponses
1	Pour tout $x \in [-1; +\infty[$; $(x+1)^2\sqrt{(x+1)^3} =$	A	$(x+1)^2(x+1)^{\frac{2}{3}}$
		B	$(x+1)^{\frac{5}{2}}$
		C	$(x+1)^{\frac{7}{2}}$
		D	$(x+1)^3\sqrt{(x+1)^2}$
2	X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres $\left(12\,;\frac{1}{4}\right)$. L'écart type de X est égal à :	A	3
		B	$\frac{9}{4}$
		C	$\frac{3}{2}$
		D	$\sqrt{3}$
3	f est une fonction dérivable sur $[1;4]$ telle que pour tout $x \in [1;4]$; $2 \leq f'(x) \leq 3$. D'après l'inégalité des accroissements finis, On a :	A	$2(5-\sqrt{3}) \leq f(5) - f(\sqrt{3}) \leq 3(5-\sqrt{3})$
		B	$2 \leq f(x) \leq 3$
		C	$\forall\, x \in [1;4]$; $2(x+1) \leq f(x) - f(-1) \leq 3(x+1)$
		D	$2 \leq f(3) - f(2) \leq 3$
4	L'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto \ln\left\|\frac{x^2-2}{x+1}\right\|$ est :	A	$\left]-\sqrt{2};-1\right[\cup \left]\sqrt{2};+\infty\right[$
		B	$\mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2};-1;\sqrt{2}\}$
		C	$\left]-\infty;-\sqrt{2}\right[\cup \left]\sqrt{2};+\infty\right[$
		D	$\left]-\sqrt{2};-1\right[\cup \left]-1;\sqrt{2}\right[$

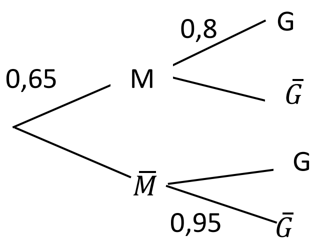
EXERCICE 3 (3 points)

Dans cet exercice, le plan complexe est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
On donne OI=OJ=2cm et les points E, F et G ont pour affixes respectifs $z_E = -1 + i, z_F = 2i \; et \; z_G = 2 - 2i$
1-a) Place les points E, F et G dans le plan complexe.
b) Calcule les affixes $z_{\overrightarrow{EF}}$, $z_{\overrightarrow{EG}}$ et $z_{\overrightarrow{FG}}$.
c) Calcule $|z_{\overrightarrow{EF}}|$, $|z_{\overrightarrow{EG}}| \; et \; |z_{\overrightarrow{FG}}|$
d) Démontre que le triangle EFG est un triangle rectangle en E.
2-a) Justifie que I est le milieu du segment $[FG]$.
b) Détermine l'ensemble (Γ) des points M d'affixe z tel que $|z - 1| = \sqrt{5}$
c) Construis l'ensemble (Γ) .

EXERCICE 4 (4 points)

Une firme pharmaceutique teste un médicament sur un ensemble d'individus ayant contractés un virus.
65% des individus acceptent de prendre le médicament proposé par la firme, les autres refusent.
On étudie à l'aide d'un test les résultats.
Chez les individus ayant pris le médicament, on constate 80% de guérison, à l'opposé aucune guérison pour 95% des personnes ayant refusées de prendre le médicament.
On choisit un individu au hasard, on note **M** l'évènement « l'individu **choisi a pris le médicament** » et **G** l'évènement **« l'individu choisi est guéri »**. (On donnera pour tout calcul, l'arrondi d'ordre 2 des résultats).

1. a- Donne la probabilité que l'individu choisi est guéri sachant qu'il a pris le médicament.
   b- Recopie puis complète l'arbre pondéré suivant correspondant à la situation décrite plus haut



2. Justifie que la probabilité que l'individu choisi est guéri est 0,54.
3. On constate que l'individu choisi est malade, démontre que la probabilité qu'il ait refusé de prendre le médicament est 0,72
4. On soumet au hasard cent individus au contrôle et on note X la variable aléatoire donnant le nombre d'individu guéris parmi les cent.
   a-Justifie que X suit une loi binomiale de paramètres 100 et 0,54.
   b-Détermine la probabilité qu'au moins un parmi les cent individus choisis soit guéri.
   c-Détermine la moyenne des individus guéris parmi les cent.
5. On contrôle n individus (n est un entier naturel) de cette population et on note P_n la probabilité qu'au moins un individu soit guéri.
   a) Justifie que $P_n = 1 - (0{,}46)^n$.
   b) Détermine la valeur minimale de n pour que $P_n \geq 0{,}99$

EXERCICE 5 (4 points)

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = x - 1 - 2lnx$ et (C_g) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
On admet que $g(1) = 0$ et $g(\alpha) = 0$, avec α un nombre réel tel que $3 < \alpha < 4$.

Le tableau ci-dessous représente le tableau de variation de la fonction g :

x	0		1		2		α		$+\infty$
$g'(x)$	$\|$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$	$\|$ $+\infty$		0		$1-2ln2$		0		$+\infty$

A l'aide du tableau de variation de g :

1) Justifie que la droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à (C_g).
2) Calcule $\lim\limits_{x\to 0} g(2 + xlnx)$
3) Justifie que la courbe (C_g) est au-dessus de la droite d'équation $y = -1$.
   (on prendra : $1 - 2ln2 \approx -0{,}39$).
4) Justifie que : $\begin{cases} \forall x \in]0\,;1[\cup]\alpha;+\infty[, \quad g(x) > 0 \\ \forall x \in]1\,;\alpha[, \quad g(x) < 0 \end{cases}$

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2xlnx\,, \ \forall x \in]0\,;+\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1) a-Justifie que f est continue en 0.
   b-Justifie que f n'est pas dérivable en 0, puis interprète graphiquement le résultat.
2) On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interprète graphiquement ce résultat.
3) La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.
   a- Justifie que $\forall x \in]0\,;+\infty[,\ f'(x) = g(x)$.
   b- En utilisant la consigne 4) de la partie A, étudie les variations de f.
   c- Dresse le tableau de variation de f.
4) Construis (C_f)
5) a-Justifie que f permet de réaliser une bijection h de $[\alpha\,;+\infty[$ dans un intervalle K à déterminer
   b-On donne $h(e) = \frac{e^2-2e}{2}$. Justifie que la bijection réciproque h^{-1} de h est dérivable en $\frac{e^2-2e}{2}$ et calcule $(h^{-1})'(\frac{e^2-2e}{2})$.

EXERCICE 6 **(5 points)**

À l'occasion des activités culturelles de fin d'année, un club d'un établissement de la région de la Mé organise une kermesse.

L'un des stands propose le jeu suivant : le joueur lance trois fois de suite un dé cubique parfaitement équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et pour chaque lancer, il gagne 500f si le nombre apparu sur la face supérieure du dé est 3 ou 6 et perd 200f dans le cas contraire.

Le major du niveau terminale D et deux de ses amis venus participer à ce jeu constatent qu'un joueur ayant participé à quatre parties a perdu 1000F.

Avec les informations reçues sur ce jeu, le major du niveau terminale D soutient que le jeu est en faveur du joueur. Ce que contestent ces amis.

En utilisant tes connaissances mathématiques, dis qui du major du niveau terminale D ou du groupe d'amis a raison.