

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A2

EXERCICE I

Soit le polynôme $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$

- Résoudre dans \mathbb{R} , les équations suivantes :
 - $x^2 + 2x - 3 = 0$.
 - $\ln(x) = -3$.
 - $\ln(e^{-1}x) = 0$
- Justifier que 1 est un zéro de f .
- Vérifier que $f(x) = (x - 1)(x^2 + 2x - 3)$.
 - En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$.
 - Résoudre dans \mathbb{R} ; l'inéquation $f(x) \geq 0$
- En déduire les solutions dans \mathbb{R} de :
 - $(I_1): 2\ln(1 - x) + \ln(x + 3) \geq 0$
 - $(E_1): (\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 5(\ln x) + 3 = 0$

EXERCICE II

Les élèves du club Loisir d'un établissement de Bingerville organisent un jeu. A cet effet, ils disposent de neuf jetons indiscernables au toucher et portant respectivement les chiffres 1 à 9.

Pour participer, un candidat doit placer ces neuf jetons au hasard sur une grille de 4 lignes et 3 colonnes, en plaçant un jeton par case.

- De combien de façons peut-on placer les neuf jetons sur la grille ?
- Quelle est la probabilité de lire « 421 » sur la deuxième ligne ?
 - Quelle est la probabilité de lire « 421 » sur la deuxième ligne et « 345 » sur la première colonne ?
- Maintenant, pour remplir les cases de la première ligne, on tire un jeton parmi les neuf ; on écrit le chiffre dans la première case, on remet le jeton et on recommence l'expérience pour chacune des deux autres cases
Quelle est la probabilité d'avoir au moins un « 4 » sur la première ligne ?

PROBLEME

Soit la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 4 - x + \ln(x)$ et (Cg) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; I; J)$. Unité graphique 2cm.

- Déterminer la limite à droite de g en 0.
 - Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- En remarquant que pour tout nombre x appartenant à $]0; +\infty[$, $g(x) = x \left(\frac{4}{x} - 1 + \frac{\ln(x)}{x} \right)$,
calculer la limite de g en $+\infty$.

3. a. Résoudre dans $]0; +\infty[$, l'équation $g(x) = 4 - x$.
- b. En déduire les coordonnées du point d'intersection de (Cg) et de la droite (D) d'équation $y = 4 - x$.
- c. Etudier la position relative de (Cg) par rapport à (D) .
4. a. Démontrer que tout nombre réel x strictement positif, $g'(x) = \frac{1-x}{x}$.
- b. En déduire le sens de variations de g .
- c. Dresser le tableau de variation de g .
5. a. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0; +\infty[$ et Justifier que $5 < \alpha < 6$.
- b. Montrer que $\ln \alpha = \alpha - 4$
- c. Encadrer α par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.
- d. Donner en justifiant, le signe de $g(x)$ pour tout nombre réel x strictement positif.
- 6 a. Recopier et compléter le tableau des valeurs suivantes :

x	0,1	0,3	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8
Arrondi d'ordre 1 de $g(x)$											

- b. Construire (Cg) et (D) .