

BACCALAURÉAT BLANC RÉGIONAL
SESSION 2021

Coefficient : 4
Durée : 4H

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte trois(03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.

Chaque candidat utilisera une (01) feuille de papier millimétré.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées.

Exercice 1 (1,5 Points)

Pour chaque cellule de la colonne « Données » du tableau ci-dessous, on propose trois conclusions dont une seule est juste. Ecris le numéro de la ligne et la lettre de la ligne qui correspond à la conclusion juste.

N°	Données	Conclusion	
1	Soient f et g deux fonctions numériques a, l et l' des éléments de $\mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$, si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ et $\lim_{x \rightarrow l} g(x) = l'$ alors :	A	$\lim_{x \rightarrow a} f \circ g(x) = l'$
		B	$\lim_{x \rightarrow a} g \circ f(x) = l'$
		C	$\lim_{x \rightarrow a} g \circ f(x) = l$
2	Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p . La variance $V(X)$ de X est égale à :	A	$V(X) = np(1 - p)$
		B	$V(X) = E(X) - np$
		C	$V(X) = n^2p - (E(X))^2$
3	Soit f une fonction numérique dérivable et strictement monotone sur un intervalle K ; $y_0 \in f(K)$ et $x_0 \in K$ tel que $y_0 = f(x_0)$. Si $f'(x_0) \neq 0$ alors la bijection réciproque f^{-1} de f est dérivable en y_0 et on a : $(f^{-1})'(y_0)$ est égale à :	A	$\frac{1}{f'(x_0)}$
		B	$\frac{1}{f'(y_0)}$
		C	$\frac{1}{f^{-1}(y_0)}$
4	Dans une situation d'équiprobabilité, tous les événements élémentaires ont :	A	Des probabilités différentes.
		B	Des probabilités égales à 1.
		C	La même probabilité.
5	Soient f une fonction dérivable sur un intervalle K , a et b deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de $[a; b]$, $m \leq f'(x) \leq M$, alors :	A	$ f(b) - f(a) \leq M b - a $
		B	$m(b + a) \leq f(b) + f(a) \leq M(b + a)$
		C	$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$
6	f est une fonction, a est un nombre réel. S'il existe un nombre réel l , une fonction g et un intervalle $]a; +\infty[$ tels que $\forall x \in]a; +\infty[, f(x) - l \leq g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$, alors :	A	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.
		B	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$.
		C	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$.

Exercice 2 (2,5 Points)

Ecris le numéro de chaque affirmation, suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

Numéro	Affirmations
1	La fonction $x \mapsto -5\sin x \cos^4 x$ a pour primitive la fonction $x \mapsto 2 + \cos^5 x$ sur \mathbb{R} .
2	Si la courbe de la fonction f admet un point d'inflexion en un point d'abscisse a , alors $f'(a) = 0$.
3	Si A et B sont deux événements indépendants, alors $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
4	La fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ par : $g(x) = \frac{x^2-x+2}{1- 1-x }$ est continue en 1.
5	Soit une épreuve de Bernoulli et p la probabilité d'obtenir un succès et $q = 1 - p$ la probabilité d'un échec. Si l'épreuve est répétée n fois dans les conditions du schéma de Bernoulli, alors la probabilité d'obtenir exactement k succès est : $C_n^k p^{n-k} (1 - p)^k$.
6	La fonction $x \mapsto 2x - \sqrt{2x + 4}$ est dérivable en -2 .

Exercice 3 (4 Points)

Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en trois secteurs désignés 0 ; 3 et 5. Le joueur lance une fléchette.

- Il atteint la partie 0 avec la probabilité P_0 et marque alors 0 *point*.
- Il atteint la partie 3 avec la probabilité P_3 et marque 3 *points*.
- Il atteint la partie 5 avec la probabilité P_5 et marque 5 *points*.

On suppose que les lancers sont indépendants et que le joueur touche la cible à tous les coups.

1) Sachant que $P_5 = \frac{1}{2}P_3$ et que $P_5 = \frac{1}{3}P_0$.

- Montre que $P_0 = \frac{1}{2}$.
- En déduis P_3 et P_5 .

2) Une partie de ce jeu consiste à lancer trois fléchettes au maximum.

Le joueur gagne une partie s'il obtient un total (pour les 3 lancers) supérieur ou égal à 8 points. Si au bout de 2 lancers, le joueur a un total supérieur ou égal à 8, il ne lance pas la troisième fléchette.

On note G_1 l'événement : « le joueur gagne la partie en deux lancers ».

On note G_2 l'événement : « le joueur gagne la partie en trois lancers ».

On note \bar{G} l'événement : « le joueur perd la partie ».

a) Démontre que $P(G_1) = \frac{5}{36}$ et que $P(G_2) = \frac{7}{36}$.

b) En déduis $P(\bar{G})$.

3) Pour une partie, la mise est fixée à m francs.

- ✓ Si le joueur gagne en deux lancers, il reçoit 500 francs.
- ✓ S'il gagne en trois lancers, il reçoit 300 francs.
- ✓ S'il perd, il ne reçoit rien.

On note X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique du joueur pour une partie.

a) Donne la loi de probabilité de X .

b) Détermine en fonction de m le gain algébrique moyen du joueur.

c) En déduis la valeur maximale de m pour le jeu soit favorable au joueur.

Exercice 4 (3 Points)

1) On considère dans \mathbb{R}^3 le système (S): $(x; y; z) \in \mathbb{R}^3, \begin{cases} 9x - 3y + z = -4 \\ 15x - y - z = 0 \\ 3x - y - z = -12 \end{cases}$.

Vérifie dans \mathbb{R}^3 que le triplet (1; 7; 8) est solution du système (S).

2) Soit g la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $g(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$ où a, b et c sont des nombres réels. Dans le plan muni du repère $(O; I; J)$, on désigne par :

- (Γ) la courbe représentative de g qui admet une tangente horizontale au point $A(-3; 1)$.
- (D) la droite d'équation : $y = -3x + 1$.

a) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, g'(x) = \frac{ax^2-2ax-(b+c)}{(x-1)^2}$.

b) Détermine a, b et c sachant que la tangente (Δ) à (Γ) au point d'abscisse 3 est parallèle à la droite (D) .

3) Dans la suite de l'exercice, on suppose que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, g(x) = \frac{x^2+7x+8}{x-1}$.

a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, g(x) = x + 8 + \frac{16}{x-1}$.

b) Détermine la primitive G de g sur $]-\infty; 1[$ qui prend la valeur 15 en 0.

Exercice 5 (4 Points)

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{2} \left(\ln x - \frac{3}{2} \right), \text{ si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le repère donné.

1)

- a) Justifie que f est dérivable en 0.
- b) Détermine l'équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 0.

2) Calcule les limites en $+\infty$ de $f(x)$ et $\frac{f(x)}{x}$. Interprète graphiquement les résultats.

3)

- a) Démontre que : $\forall x \in [0; +\infty[, f'(x) = x(\ln x - 1)$.
- b) Justifie que f est strictement décroissante sur $[0; e[$ et strictement croissante sur $[e; +\infty[$.
- c) Dresse le tableau de variation de f sur $[0; +\infty[$.
- d) Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[e; +\infty[$ et vérifie que $4,48 < \alpha < 4,49$.

4) Trace la courbe représentative (C_f) de f sur $[0; +\infty[$. On prendra : $\alpha \approx 4,5$.

Exercice 6 (5 Points)

Pour couronner ses activités, le club santé d'un lycée envisage effectuer une sortie détente. A cet effet, le proviseur et les responsables du club prennent attache avec une agence de voyage. Son gérant met à leur disposition un car et un chauffeur et fait savoir que l'achat du carburant est à leur charge. Le chauffeur chargé de conduire le véhicule informe le Proviseur qu'une récente étude menée sur le véhicule a permis de modéliser sa consommation, exprimée en litres pour 100km, par la fonction C définie par : $C(v) = \frac{1350}{v} + \frac{v^2}{320}$ où v est la vitesse moyenne v , exprimée en km/h . Il précise enfin que la vitesse maximale autorisée est de $80 km/h$.

Pour parvenir à une gestion efficace du budget alloué à ce voyage, le proviseur désire connaître la consommation minimale de ce véhicule et sollicite ton aide.

En utilisant tes connaissances scientifiques réponds à la préoccupation du proviseur.