BACCALAURÉAT RÉGIONAL

SESSION 2024

Coefficient : 3

Durée : 3h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris le numéro de chaque proposition ci-dessous suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si elle est fausse.

N°	PROPOSITIONS
1	Pour tout nombre réel x , $e^{x} > 0$
2	F étant une primitive sur $[-1,2]$ d'une fonction f , on a : $\int_{-1}^{2} f(x)dx = F(-1) - F(2)$
3	La fonction f définie par $h(x) = -3e^{2x+1}$ a pour dérivée sur IR : $h'(x) = 6e^{2x+1}$
4	La droite d'ajustement linéaire d'un nuage de points passe par le point moyen de ce nuage

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau, quatre compléments sont proposés dont un seul est juste.
Note le numéro de chaque énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant au complément juste.

N°	Enoncés incomplets	Compléments proposés	
1.	$\lim\limits_{x \to -\infty} (2x - 3e^{x})$ est égale à :	**A**	$+\infty$
		B	$-\infty$
		C	0
		D	1
2.	Une primitive sur IR de la fonction $f : x \mapsto -3x^2 + 2x - 1$ est la fonction F définie par :	**A**	$F(x) = x^3 + x^2 - x$
		B	$F(x) = -x^3 + x^2 + x$
		C	$F(x) = -x^3 + x^2 - x$
		D	$F(x) = -3x^3 + 2x^2 - x$
3.	L'ensemble des solutions de l'équation : $x \in \mathbb{R}$, $e^{2x} - 3e^{x} + 2 = 0$ est :	**A**	$\{0 ; 2\}$
		B	$\emptyset$
		C	$\left\{0 ; ln\frac{1}{2}\right\}$
		D	$\{0 ; ln2\}$
4.	Dans une série statistique double (X,Y) , la droite de régression de y en fonction de x par la méthode de moindres carrées a pour équation $y = ax + b$ où le nombre a égal à :	**A**	$\frac{\mathrm{Cov(X;Y)}}{\mathrm{V(X)}}$
		B	$\frac{\mathrm{Cov(X;Y)}}{\mathrm{V(Y)}}$
		C	$\frac{\mathrm{Cov(X;Y)}}{\sqrt{\mathrm{V(X)V(Y)}}}$
		D	$\frac{V(X)}{V(Y)}$

EXERCICE 3 (5 points)

La mairie d'une ville offre chaque fin d'année scolaire des vacances au meilleur élève de la localité.
Les noms de 15 villes dont 7 d'Europe, 3 d'Asie et 5 d'Amérique sont inscrits sur des morceaux de carton mis dans une urne. Les morceaux de cartons sont indiscernables au toucher.
Le meilleur élève désigné doit tirer simultanément 3 noms de villes c'est-à-dire 3 morceaux de carton.
Il aura ensuite la latitude d'opter pour sa ville préférée.

1- Justifie que l'élève peut s'attendre à 455 tirages possibles.

2- Soit l'évènement : A : « l'élève tire des villes de trois continents différents ».

Justifie que la probabilité de l'évènement A est égale à $\frac{3}{13}$.

3- Soit l'évènement : B : « l'élève tire des villes d'un même continent ».
Calcule la probabilité de l'évènement B.

4- Justifie que la probabilité de l'évènement C : « l'élève ne tire aucune ville d'Asie » est égale à $\frac{44}{91}$.

5- Calcule la probabilité de l'évènement D : « l'élève tire au moins une ville d'Asie ».

6- On désigne par X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de villes d'Asie dans le tirage effectué par l'élève.

a) Justifie que l'ensemble des valeurs prises par X est $\{0; 1; 2; 3\}$.

b) Détermine la loi de probabilité de X.

c) Justifie que l'espérance mathématique $E(X)$ de X est égale à $\frac{3}{5}$.

EXERCICE 4 (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J). Unités graphiques : ***OI = 1 cm et OJ = 5 cm.***

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3} + lnx$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le repère (O, I, J).

1- a) Vérifie que la limite de f à droite en 0 est $-\infty$. Interprète graphiquement ce résultat.

b) En remarquant que pour tout x élément de $]0; +\infty[$, $f(x) = x\left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3x} + \frac{lnx}{x}\right)$, calcule la limite de f en $+\infty$.

2- On admet que f est dérivable sur $]0; +\infty[$.

a) Justifie que la fonction dérivée f' de f est définie par : $f'(x) = \frac{-x+3}{3x}$.

b) Étudie le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.

c) Déduis-en que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0; 3]$ et décroissante sur $[3; +\infty[$.

d) Dresse le tableau de variation de la fonction f.

3- Justifie qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1 est : $y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$.

4- Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α telle que : $6{,}7 < \alpha < 6{,}8$.

5- On donne le tableau suivant :

x	0,5	1	3	5	6	7	8	10
$f(x)$	$-0{,}5$	0	0,4	0,3	0,12	$-0{,}05$	$-0{,}25$	$-0{,}7$

Trace la tangente (T) et construis la courbe (C).

6- On considère la fonction F dérivable et définie sur $]0; +\infty[$ par : $F(x) = -\frac{x^2}{6} - \frac{2x}{3} + xlnx$.

a) Justifie que F est une primitive de f sur $]0; +\infty[$.

b) $\mathcal{A}$ est l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe (C), l'axe (OI) et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = 4$. Justifie que : Justifie que : $\mathcal{A}=40\ln(2) - \frac{45}{2}$.

EXERCICE 5 (5 points)

Une entreprise produit et commercialise des pièces destinées à l'industrie automobile. Pour des raisons matérielles, sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 30 pièces. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x pièces peut être modélisé sur l'intervalle $[0; 30]$, par une fonction B définie par : $B(x) = -2x^2 + 60x - 400$.

N'ayant pas de personnel qualifié mais désireux d'accroître son bénéfice, le Directeur de l'entreprise désire déterminer le nombre de pièces à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal. Le Directeur te sollicite. À l'aide d'une production cohérente basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du Directeur.