**BACCALAURÉAT BLANC** **Coefficient : 5**
**SESSION 2026** **Durée : 4 h**

# MATHÉMATIQUES

## SÉRIE C

*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3 , 2/3 et 3/3*
*L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé*

## EXERCICE 1 ( 2 points )

Ecris le numéro de chacune des propositions ci-dessous suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse.

1. L'espace est muni du repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ les droites de vecteurs directeurs $\vec{u}(1;1;1)$ et $\vec{v}(-1;5;-3)$ sont orthogonales.
2. Pour tous entiers naturels non nuls $a$ et $b$, avec $d = \text{pgcd}(a,b)$,
$$\text{ppcm}(a,b) = \frac{ab}{d}.$$
3. Pour tout entier naturel $k$ vérifiant $2 \leq k \leq n$, le nombre $n! + k$ est un nombre premier
4. Toute suite positive et décroissante est convergente

## EXERCICE 2 ( 2 points )

Ecris le numéro de chacun des énoncés ci-dessous suivi de l'une des lettres A,B,C ou D qui permet d'obtenir la proposition vraie

1. $z$ est un nombre complexe non nul dont un argument est $\frac{\pi}{2}$. le module du nombre complexe $i+z$ est égal à :
A) $|i-z|$ B) $|1+iz|$ C) $1-|z|$ D) $1+|z|$ .
2. Une primitive sur $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ de $f$ définie par $f(x) = \tan^5 x + \tan^3 x$ est donnée par :
A) $F(x) = 4\tan^4 x$ B) $F(x) = -4\tan^4 x$ C) $F(x) = -\frac{1}{4}\tan^4 x$ D) $F(x) = \frac{1}{4}\tan^4 x - 2$
3. La suite $(u_n)$ définie par : $u_n = \left(-\frac{3}{5}\right)^n$ a pour limite
A) $+\infty$ B) $-\infty$ C) $0$ D) $-\frac{3}{5}$
4. Soit $A$ le point d'affixe $1+i$ dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ et $B$ un point de la droite $(OA)$ n'appartenant pas à la démi-droite $[OA)$.
L'argument principal de l'affixe de $B$ est :
A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $-\frac{3\pi}{4}$ D) $-\frac{\pi}{4}$

## EXERCICE 3 ( 3 points )

Soit $EFG$ un triangle équilatéral direct de côté $2a$. $P, Q, R$ sont les milieux respectifs des segments $[EF]$, $[FG]$, $[GE]$. $D$ est le point du plan tel que $\overrightarrow{EG} = 2\overrightarrow{DE}$.
Soit $\Delta$ l'ensemble des points $M$ tels que $2MF^2 - MD^2 + MR^2 - 2MQ^2 = -2a^2$.

1. (a) Démontre que $D = \text{bar}\{(F;3),(P;-6),(G;1)\}$.

(b) Justifie que $PD^2 = 3a^2$ et que $PQ^2 = a^2$ puis déduis-en que :

$$2PF^2 - PD^2 + PR^2 - 2PQ^2 = -2a^2.$$

2. (a) Démontre que $M \in \Delta \iff \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{EF} = 0$.
   (b) Détermine $\Delta$.
3. (a) Détermine la projection orthogonale du point $F$ sur la droite $\Delta$.
   (b) En déduis la distance du point $F$ à la droite $\Delta$.
4. On note $H$ l'orthocentre du triangle $EFG$.
   (a) Étudie la position relative de $H$ et de la droite $\Delta$.
   (b) Détermine l'ensemble des points $M$ du plan tels que :

$$2MF^2 - MD^2 + MR^2 - 2MQ^2 = 2PH^2 - PD^2 + PR^2 - 2PQ^2.$$

## EXERCICE 4 ( 4 points )

Soit $a$ un complexe non nul et $(E_a)$ l'équation :

$$z^2 - (2a - i\bar{a})z - 2ia\bar{a} = 0.$$

1. Résous l'équation $(E_a)$
2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ et le point $A$ d'affixe $z_A = 2i$.
   A tout point $M$ d'affixe $z \neq i$ on associe les points $N$ d'affixe $z_N = 2z$ et $P$ d'affixe $z_P = -i\bar{z}$.
   $(H)$ est l'ensemble des points $M$ du plan tel que $\dfrac{z_P - z_A}{z_N - z_A}$ soit un nombre réel
   a) On pose $z = x + iy$ avec $(x; y) \neq (0; 1)$. Écris la forme algébrique de $\dfrac{z_P - z_A}{z_N - z_A}$ en fonction de $x$ et $y$
   b) Démontre qu'une équation cartésienne de $(H)$ est : $x^2 + 2x - y^2 + y = 0$
   c) Justifie que $(H)$ est une hyperbole dont on précisera, la demi distance focale, les sommets et les asymptotes

## EXERCICE 5 (4 points )

Soit $n$ un élément de $\mathbb{N}^*$. On considère la fonction $f_n$ définie sur $[0; +\infty[$ par

$$\begin{cases} f_n(0) = 0, \\ f_n(x) = e^{-n\left(x + \frac{1}{x}\right)}, \text{ si } x > 0. \end{cases}$$

On note $(C_n)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, I, J)$ d'unité : 2cm.

1. Démontre que $f_n$ est continue en 0.
2. Etudie la dérivabilité de $f_n$ en 0 puis donne une interprétation graphique du résultat.
3. a) Calcule la limite de $f_n$ en $+\infty$.
   b) Etudie les variations de $f_n$ puis dresse son tableau de variations.
4. Trace la courbe $(C_1)$.
5. Soit $g_n$ la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par

$$g_n(x) = f_n(x) - \frac{x-1}{n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*.$$

   a) Dresse le tableau de variation de $g_n$.
   b) Démontre que l'équation $g_n(x) = 0$ admet une unique solution $a_n$ dans $[1; +\infty[$.
   c) Démontre que $g_{n+1}(a_n) \leq 0$.
   d) En déduis que la suite $(a_n)$ est décroissante et qu'elle est convergente.
   e) Démontre que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $|a_n - 1| \leq ne^{-2n}$.
   f) Détermine la limite de la suite $(a_n)$.

## EXERCICE 6 (5 points )

Monsieur Koffi, père d'un élève de terminale C dans un lycée de Cocody est le gérant d'un réceptif hôtelier à Assinie. Dans ce réceptif, se trouve une salle de spectacle de plus de 50 places.
La salle de spectacle possède deux tarifs : 17 000 FCFA l'entrée réservée aux détenteurs d'une carte de fidélité et 23 000 FCFA pour les autres clients.
Lors d'une séance, la recette a été de 982 000 FCFA. Monsieur Koffi, souhaite déterminer la répartition des spectateurs. Il sait seulement que ce soir-là, toutes les places étaient occupées.

En utilisant tes connaissances de classe, à l'aide d'une argumentation détaillée, répond à la préoccupation de M Koffi.