ANNEE SCOLAIRE : 2023 -2024
BACCALAUREAT BLANC REGIONAL

Coefficient : 4
Durée : 4H

MATHÉMATIQUES

TERMINALE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3. Chaque candidat utilisera deux (02) feuilles de papier millimétré. Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 — *02 points*

Ecris sur ta copie le numéro de chaque affirmation, suivi de (V) si l'affirmation est vraie ou de (F) si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	Soit une épreuve de Bernoulli. On note p la probabilité du succès et q celle de l'échec. Si l'épreuve est répétée n fois dans les conditions du schéma de Bernoulli, alors la probabilité d'obtenir exactement k succès est : $C_n^k p^n q^{k-n}$
2	La forme exponentielle du nombre complexe $2\left(-cos\frac{\pi}{4} - isin\frac{\pi}{4}\right) est\ 2e^{-i\frac{\pi}{4}}$
3	Si une suite numérique est minorée et décroissante, alors elle est convergente.
4	Si f est une fonction dérivable sur un intervalle K, a et b deux éléments de K tels que a < b et s'ils existent deux nombres réels m et M tels que $\forall x \in [a;b], m \leq f'(x) \leq M$; alors : $m(b-a) \leq f(b) + f(a) \leq M(b-a)$

EXERCICE 2 — *02 points*

Pour chaque affirmation donnée dans le tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées et une seule est juste. Ecris sur ta copie le numéro de la donnée suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	Données		Réponses
1	Si (U_n) est une suite arithmétique de raison 2, alors, $\forall n \in \mathbb{N}$; on a :	A	$U_{n+1} + U_n = 2$
		B	$U_{n+1} = 2U_n$
		C	$U_{n+1} - U_n = 2$
2	La solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $\ln(-x+1) = \ln(4+x)$ est :	A	-3
		B	-2
		C	$-\frac{3}{2}$
3	Si (V_n) est une suite géométrique de raison 1 et de premier terme $V_0 = -5$; alors sa limite est égale à :	A	$-\infty$
		B	0
		C	-5
4	Si z est un nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument principal $-\frac{\pi}{3}$, alors z^4 est égal à :	A	$2 - 2i\sqrt{3}$
		B	$-2 - 2i\sqrt{3}$
		C	$-2 + 2i\sqrt{3}$

EXERCICE 3 *03 points*

On considère la fonction rationnelle g définie sur $]-\infty; -2[$ par :

$$g(x) = \frac{-3x^3-8x^2+2x+15}{(x+2)^2}$$

1) a) Justifie que : $\forall x \in \ ]-\infty; -2[\, , g(x) = -3x + 4 - \frac{2}{x+2} + \frac{3}{(x+2)^2}$

b) Détermine les primitives G de g sur $]-\infty; -2[$.

2) Déduis-en la primitive K de g sur $]-\infty; -2[$ qui s'annule en -3.

EXERCICE 4 *04 points*

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(o; \vec{u}\,; \vec{v})$ *(unité graphique 2cm).*

Pour tout nombre complexe z, on pose : $P(z) = z^3 - (7+i)z^2 + 2(8+3i)z - 10(1+i)$

1. a) Soit $z_0 = 1 + i$ un nombre complexe. Calcule $P(1+i)$ puis donne une interprétation du résultat.

   b) Justifie que : $\forall\, z \in \mathbb{C}\,; P(z) = [z - (1+i)](z^2 - 6z + 10)$

   c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 6z + 10 = 0$

   d) Déduis-en dans $\mathbb{C}$ l'ensemble des solutions de l'équation (E) : $P(z) = 0$

2. On considère les points $A(1+i)$; $B(3+i)$ et $C(3-i)$

   a) Place les points A, B et C dans le repère et complète la figure au fur et à mesure

   b) Calcule $|z_A - z_B|; |z_A - z_C|$ et $|z_B - z_C|$ et déduis-en les distances AB, AC et BC.

   c) Détermine la nature du triangle ABC.

3. Soit (ω) le cercle circonscrit au triangle ABC.

   a) Détermine l'affixe du point G le centre du cercle (ω).

   b) Calcule le rayon r du cercle puis trace (ω).

EXERCICE 5 *04 points*

PARTIE A

On considère la fonction numérique h dérivable et définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \frac{x-1}{e^x} + 2$

1. Justifie que : $\lim_{x\to-\infty} h(x) = -\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} h(x) = 2$ puis donne-en une interprétation graphique.
2. a) Démontre que pour tout nombre réel $x, h'(x) = \frac{(2-x)}{e^x}$

   b) Etudie les variations de h puis dresse son tableau de variation.
3. a) Démontre que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]-\infty; 2[$ et que : $-0{,}38 < \alpha < -0{,}37$

   b) Justifie que : $\forall x \in \ ]-\infty; \alpha[, h(x) < 0$ et $\forall x \in \ ]\alpha; +\infty[, h(x) > 0$

PARTIE B

Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

On note *(C_f)* sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

(Unité graphique : 1cm)

On donne : $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

1. Calcule la limite de $f(x)$ *et celle de* $\frac{f(x)}{x}$ *lorsque* x *tend vers* $-\infty$ puis donne une interprétation graphique des résultats obtenus.
2. a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}; f'(x) = h(x)$

   b) Déduis-en les variations de f puis dresse son tableau de variation.
3. a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ est une asymptote à *(C_f)* en $+\infty$.

   b) Etudie les positions relatives de *(C_f)* et (D).
4. Construis la courbe *(C_f)* et la droite (D) dans le repère. (on prendra $\alpha = -0,38$).

EXERCICE 6 *05 points*

Le gérant du premier poste de péage d'une autoroute a fait le constat suivant :

- 40% des usagers sont des petites voitures et les autres sont des véhicules poids lourds.

La société qui exploite le péage propose un abonnement aux usagers. Ainsi :

- 60% des conducteurs de petites voitures n'ont pas souscrit à l'abonnement.
- 70% des conducteurs de véhicules poids lourds sont abonnés.

Au poste de péage, l'on paye 2000 francs CFA pour les petites voitures et 4000 francs CFA pour les véhicules poids lourds. Cependant, l'abonnement permet d'obtenir une réduction de 20%.

Dans la journée, un très grand nombre de véhicules est passé au poste de péage. Le gérant, très occupé, te sollicite pour déterminer la somme d'argent payée en moyenne par véhicule.

Utilise tes connaissances mathématiques pour répondre à la préoccupation du gérant.