BACCALAURÉAT BLANC **SÉRIE : C** **Coefficient : 5**
SESSION 2026 **Durée : 4 heures**

MATHÉMATIQUES

Cette épreuve comporte quatre pages numérotées 1/4; 2/4; 3/4 et 4/4.
Toute calculatrice scientifique est autorisée
Chaque candidat utilisera une (1) feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 **(2 points)**

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, les éléments des lignes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque ligne suivi de la lettre qui permet d'obtenir l'affirmation vraie.

	Enoncés	Informations	
1.	La fonction $x \mapsto \cos(5x)$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction	A	$x \mapsto 5\sin(5x)$
		B	$x \mapsto -5\sin(5x)$
		C	$x \mapsto \frac{1}{5}\sin(5x)$
		D	$x \mapsto -\frac{1}{5}\sin(5x)$
2.	L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$. Soit le plan (P) d'équation : $2x + y - 5z - 3 = 0$ et le point A (-4 ; -5 ; 3). La distance du point A au plan (P) est :	A	$\frac{31\sqrt{30}}{30}$
		B	$\frac{1}{2}$
		C	$\frac{\sqrt{30}}{31}$
		D	$\sqrt{31}$
3.	Une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{x}[\ln(2x)]^4$ est	A	$\frac{4}{5}[\ln(2x)]^5$
		B	$\frac{5}{2x}[\ln(2x)]^5$
		C	$\frac{1}{5}[\ln(2x)]^5$
		D	$\frac{1}{10}[\ln(2x)]^5$
4.	Le reste de la division euclidienne de 2^{2026} par 5 est :	A	3
		B	1
		C	4
		D	2

Exercice 2 **(2 points)**

Pour chaque affirmation du tableau, écris sur ta feuille de copie le numéro de chaque affirmation du tableau ci-dessous suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si elle est fausse.

	Affirmations
1	i est le nombre complexe tel que $i^2 = -1$. On a : $1 + i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{2026} = i$
2	La droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = t \end{cases}$; $(t \in \mathbb{R})$ et le plan d'équation cartésienne : $-2x - 3y + 1 = 0$ sont orthogonaux.
3	ABCD est un carré de centre G. L'ensemble des points M du plan tels que : $\mathrm{MA}^2 - \mathrm{MB}^2 + \mathrm{MC}^2 - \mathrm{MD}^2 = 0$ est : $\{\mathrm{G}\}$.
4	L'ensemble des points $\mathrm{M}(x;\ y)$ du plan vérifiant l'équation : $y^2 = -4x$ est une parabole de paramètre -2.

EXERCICE 3 : **(2,5 points)**

On considère un entier naturel m dont l'écriture dans le système décimal est : $\overline{abc}$;
où a, b et c sont des chiffres du système décimal.
(On rappelle que : $m = 10^2\ a + 10\ b + c$)

1) Dans le cas où $a = 1$; $b = 2$ et $c = 1$; écris l'entier naturel m en base 2.
2) On suppose que : $m \equiv 0[27]$.
   a) Démontre que $10^3 a + 10\ \overline{bc} \equiv 0[27]$
   b) Déduis-en que $10\ \overline{bc} + a \equiv 0[27]$
   c) Justifie alors que l'entier $\overline{bca}$ est divisible par 27.
   d) Justifie que $\overline{cab}$ est un divisible par 27.

EXERCICE 4 **(3,5 points)**

1) Soit u un nombre complexe non nul. On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation $(E_u) : z^2 - (2u - i\,\bar{u})\,z - 2i\,u\,\bar{u} = 0$
   a) Justifie que le discriminant Δ de l'équation (E_u) est : $(2u + i\,\bar{u})^2$.
   b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_u).
2) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\ \overrightarrow{e_1};\overrightarrow{e_2})$. L'unité graphique est 2cm.
   On désigne par Ω, le point d'affixe $z_\Omega = 2i$. A tout point M du plan d'affixe z différent de i, on associe les points N et P d'affixes respectives $z_N = 2z$ et $z_P = -i\bar{z}$.
   Soit (H) l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que Ω, N et P soient alignés.
   On admet que Ω, N et P sont alignés si, et seulement si : $\dfrac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega} \in \mathbb{R}^*$.
   a) On pose $z = x + yi$ avec $(x;y) \neq (0;1)$.
   Démontre que la forme algébrique de $\dfrac{z_P - z_\Omega}{z_N - z_\Omega}$ est : $\dfrac{2x - 4xy - 4y + 4}{4x^2 + (2y-2)^2} + \dfrac{-2x^2 - 4x + 2y^2 - 2y}{4x^2 + (2y-2)^2}\ i$
   b) Démontre qu'une équation cartésienne de (H) est : $x^2 + 2x - y^2 + y = 0$.

c) Démontre que l'équation réduite de (H) est : $\frac{(x+1)^2}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} - \frac{(y-\frac{1}{2})^2}{(\frac{\sqrt{3}}{2})^2} = 1$

d) Justifie que (H) est une hyperbole.

e) Précise la demi distance focale, l'excentricité e, un sommet et un foyer de l'hyperbole (H).

EXERCICE 5 (5 points)

Pour tout entier naturel non nul n, on considère les fonctions f_n définies sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$\begin{cases} f_n(x) = x\,e^{\frac{-1}{nx}} & ;\ \text{si } x \neq 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$$

On désigne par (C_n) la courbe représentative de f_n dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) ; d'unité graphique 4 cm.

Partie A

1) Justifie que f_n est continue en 0.
2) Justifie que (C_n) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0.
3) Calcule la limite de f_n en $+\infty$
4) On admet que pour tout entier naturel non nul n, f_n est dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$.
   a) Justifie que $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$; $f_n{}'(x) = \left(1 + \frac{1}{n\,x}\right) e^{\frac{-1}{nx}}$
   b) Déduis-en que f_n est strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.
   c) Dresse le tableau de variation de f_n.
5) On admet que : $\forall\, t \in [0\,;\,+\infty[\,,\ \ 0 \leq e^{-t} + t - 1 \leq \frac{t^2}{2}$

   Démontre que $\forall\, x > 0\,;\ \ 0 \leq f_n(x) - (x - \frac{1}{n}) \leq \frac{1}{2\,n^2\,x}$
6) (D_n) est la droite d'équation $y = x - \frac{1}{n}$
   a) Justifie que (D_n) est une asymptote à (C_n).
   b) Détermine la position relative de (C_n) et (D_n).
7) Construis (C_1), son asymptote (D_1) et sa tangente en 0.

Partie B

1) Démontre que $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$, l'équation $f_n(x) = 1$ admet une unique solution u_n sur $[1;\,+\infty[$
2) Démontre que u_n est une solution de l'équation : $x\,lnx = \frac{1}{n}$
3) Soit h la fonction définie sur $[1;\,+\infty[$ par $h(x) = x\,lnx$

   On admet que h est strictement croissante sur $[1;\,+\infty[$.

   Démontre que la suite (u_n) est strictement décroissante.
4) Justifie que la suite (u_n) est convergente.

EXERCICE 6 (5 points)

La cité « BELLE VIE » est une cité située dans la ville de Grand Bassam. Cette cité dispose d'un grand réservoir d'eau d'une capacité de 160 litres, permettant de desservir la cité en eau. Ce réservoir est doté de deux vannes. Tous les jours, en début de journée, la première vanne s'ouvre et vide le réservoir de 20% de son volume ; puis en fin de journée, la deuxième vanne s'ouvre et fait entrer 30 litres d'eau dans le réservoir. Au départ, le réservoir contient 50 litres d'eau.

Monsieur Kodjo, le plombier de la cité, fait le même calcul chaque jour : il mesure la quantité d'eau dans le réservoir et retranche le nombre 150, à la valeur trouvée. Il s'aperçoit que les nombres trouvés au fil des jours sont dépendants les uns des autres.

Pour des raisons professionnelles Kodjo doit effectuer un voyage à l'étranger pour plusieurs jours. Il se demande s'il est raisonnable de laisser fonctionner le réservoir de cette manière, pendant une longue période sans surveillance sans que celui-ci vienne à déborder.

N'ayant pas les connaissances nécessaires, il te fait part de ses inquiétudes.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances en mathématiques, réponds à la préoccupation de Kodjo.