BACCALAURÉAT BLANC **SÉRIE : D** **Coefficient : 4**
SESSION 2026 **Durée : 4 heures**

MATHÉMATIQUES

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.
Chaque candidat utilisera une (1) feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne puis **VRAI** si l'affirmation est vraie ou **FAUX** si l'affirmation est fausse.

1) Soit f une fonction définie sur un intervalle **I** de $\mathbb{R}$. Si f est dérivable sur **I** alors f est continue sur **I**.
2) Si X est une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètre n et p tels que $n = 4$ et $p = \frac{5}{8}$; alors l'écart-type de X est égale à $\frac{\sqrt{15}}{4}$
3) Une racine carrée du nombre complexe $-18\,i$ est : $-3 - 3i$.
4) a est un nombre réel strictement positif. Une autre écriture de $\sqrt{a} \times \sqrt[4]{a}$ est : $\sqrt[4]{a^3}$

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque ligne du tableau, une seule réponse permet de compléter une affirmation incomplète pour obtenir une affirmation juste.
Ecris sur ta feuille de copie le numéro de la ligne et la lettre correspondant à la réponse pour avoir l'affirmation juste.

	Affirmations	Réponses	
1.	La forme algébrique du nombre complexe i^{2026} est :	A	$-i$
		B	-1
		C	i
		D	1
2.	La fonction $x \mapsto \cos(3x)$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction	A	$x \mapsto -3\sin(3x)$
		B	$x \mapsto 3\sin(3x)$
		C	$x \mapsto \frac{1}{3}\sin(3x)$
		D	$x \mapsto -\frac{1}{3}\sin(3x)$
3.	A et B sont deux évènements indépendants d'un univers Ω de probabilités respectives 0,2 et 0,35. La probabilité de l'évènement $A \cup B$ est égale à :	A	0,07
		B	0,55
		C	0,48
		D	0,45
4.	Une primitive sur $]1;+\infty[$ de la fonction $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ est :	A	$x \mapsto \ln(\ln x)$
		B	$x \mapsto (\ln x)^2$
		C	$x \mapsto \frac{-1}{\ln x}$
		D	$x \mapsto \frac{(\ln x)^2}{2}$

EXERCICE 3 **(2,5 points)**

Pour tout nombre complexe z, on pose : $P(z) = z^3 - (3+2i)z^2 + (3+3i)z - 4i$

1) a) Justifie que i est un zéro de P
   b) Justifie que $\forall z \in \mathbb{C}; P(z) = (z-i)[z^2 - (3+i)z + 4]$
   c) Calcule $(1+3i)^2$
   d) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - (3+i)z + 4 = 0$
   e) Déduis-en les solutions de l'équation : $z \in \mathbb{C}$; $P(z) = 0$
2) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$.
   Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = i$; $z_B = 1 - i$ et $z_C = 2 + 2i$
   a) Place chacun des points A, B et C dans le repère $(O; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$.
   b) Détermine l'affixe du point D tel que ABCD est un parallélogramme.

EXERCICE 4 **(4 points)**

On dispose d'un dé parfaitement équilibré à six faces. Sur chaque face, est inscrit l'un des nombres complexes suivants : i ; $2i$; $-2i$; $\sqrt{3}+i$; $\sqrt{3}-i$ et -3.

1) On lance une fois ce dé et on note z le nombre complexe qui apparaît sur sa face supérieure.
   On désigne par A et B les événements A et B suivants :
   A : « z est réel » ; B : « z est imaginaire pur ».
   a) Calcule la probabilité de l'évènement A
   b) Justifie que la probabilité l'évènement B est $P(B) = \frac{1}{2}$
2) On lance ce dé 5 fois de suite.
   Calcule la probabilité d'obtenir 4 fois la réalisation de l'événement B.
   (Tu donneras le résultat arrondi à 10^{-5} près).
3) On lance une fois ce dé et on définit la variable aléatoire θ qui, à chaque nombre complexe z inscrit sur une face obtenue, associe son argument principal.
   a) Justifie que les valeurs prises par la variable aléatoire θ sont : $-\frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{6}$; π ; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{2}$
   b) Détermine la loi de probabilité de θ.
   c) Montre que l'espérance mathématique $E(\theta)$ de la variable aléatoire θ est $E(\theta) = \frac{\pi}{4}$

EXERCICE 5 **(4,5 points)**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-\infty\,; 0]$ par : $\begin{cases} f(x) = x\,(1 - \ln(-x)) & ; \text{si } x < 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

$(\mathfrak{C})$ est sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

Partie A

1) Justifie que la fonction f est continue en 0.
2) Étudie la dérivabilité de f en 0 puis, interprète graphiquement le résultat.
3) Calcule les limites en $-\infty$ de $f(x)$ et $\frac{f(x)}{x}$; puis interprète graphiquement l'ensemble des résultats.
4) On admet que f est dérivable sur $]-\infty\,; 0[$
   a) Justifie que $x \in\,]-\infty; 0[\, , f'(x) = -\,ln(-x)$
   b) En déduis que f est strictement décroissante sur $]-\infty\,; -1[$ et strictement croissante sur $]-1\,; 0[$.
   c) Dresse le tableau de variation de la fonction f.

5) Détermine le couple de coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ avec l'axe des abscisses.

6) Trace la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère (O ; I ; J).

Partie B

1) Justifie que $\forall\, x \in]-\infty\,;-e[\,;\, f(x) > 0$ et $\forall\, x \in]-e\,;0[\,;\, f(x) < 0$.

2) Soit t un nombre réel appartenant à $]-e^{-1}\,;0[$.

   a) A l'aide d'une intégration par parties, justifie que l'aire $\mathbf{A(t)}$ en cm^2 de la partie du plan délimitée par $(\mathcal{C})$, l'axe (OI) et les droites d'équations $x = -e^{-1}$ et $x = t$ est :
   $\mathbf{A(t)} = 5\,e^{-2} - 3t^2 + 2t^2\,ln(-t)$

   b) Calcule $\lim\limits_{\substack{t \to 0 \\ <}} \mathbf{A(t)}$

EXERCICE 6 **(5 points)**

Une entreprise de haute technologie teste un nouveau système de freinage d'urgence par l'intelligence artificielle pour ses voitures. Les ingénieurs ont réalisé des tests en conditions réelles dans un environnement urbain et ont observé les résultats suivants :

- un danger survient dans 2 % des trajets tests ;
- lorsqu'un danger survient, le système détecte le danger et active les freins dans 98 % des cas ;
- cependant, le système est parfois trop sensible : il arrive qu'il détecte un faux positif (freinage sans danger réel) dans 5 % des trajets tests.

Lorsqu'on a moins de 30 % de chance qu'il ait un danger réel quand le système de freinage s'active, le système est déclaré « *bon* ». Dans ces conditions il sera accepté sur le marché par les automobilistes. Avant la mise sur le marché de ce système, le chef de cette entreprise se demande si en l'état, le système sera accepté sur le marché par les automobilistes.

A l'aide de tes connaissances, répond à la préoccupation du chef de cette entreprise.

CORRIGÉ ET BARÈME
MATHÉMATIQUES
Série : **D**

CORRIGÉ	BAREME
EXERCICE 1 (2 POINTS)	
1-Vrai …………………………………………	0,5
2-Vrai …………………………………………	0,5
3-Faux …………………………………………	0,5
4-Vrai …………………………………………	0,5
EXERCICE 2 (2 POINTS)	
1- B …………………………………………	0,5
2- A …………………………………………	0,5
3- C …………………………………………	0,5
4- D …………………………………………	0,5
EXERCICE 3 (2,50 POINTS)	
1) a) $P(i) = i^3 - (3+2i)i^2 + (3+3i)i - 4i = 0$ i est donc un zéro de P.	0,25
b) Justification correcte de : $\forall\, z \in \mathbb{C}; P(z) = (z-i)[z^2 - (3+i)z + 4]$	0,50
c) $(1+3i)^2 = -8+6i$	0,25
d) Résolution de : $z^2 - (3+i)z + 4 = 0$ On a : $\Delta = [-(3+i)^2] - 4 \times 1 \times 4 = -8+6i = (1+3i)^2$ $z_1 = \frac{3+i-(1+3i)}{2} = 1-i$; $z_2 = \frac{3+i+(1+3i)}{2} = 2+2i$ $S_{\mathbb{C}} = \{1-i\ ;\ 2+2i\}$	0,75
e) On a : $P(z) = 0 \Leftrightarrow (z-i)[z^2-(3+i)z+4] \Leftrightarrow (z-i) = 0$ ou $[z^2-(3+i)z+4] = 0$ $P(z) = 0 \Leftrightarrow z = i$ ou $z = 1-i$ ou $z = 2+2i$	0,25
$S_{\mathbb{C}} = \{i\ ;\ 1-i\ ; 2+2i\}$	0,25
a) Placement correct des points A, B et C. b) Détermination correcte de $1+4i$; l'affixe du point D.	0,25

CORRIGÉ	BARÈME

EXERCICE 4 **(4 points)**

On dispose d'un dé bien équilibré à six faces. Sur chaque face, on inscrit l'un des nombres complexes suivants : i ; $2i$; $-2i$; $\sqrt{3}+i$; $\sqrt{3}-i$ $et - 3$.

On lance ce dé et on note z le nombre complexe qui apparaît sur sa face supérieure.

1) a) Calcul de la probabilité de l'évènement A.

Soit Ω, l'univers lié à cette expérience. $\text{Card}(\Omega) = 6$

On a: $P(A) = \frac{1}{6}$ — **0,50**

b) $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ……………………………………………………………………… — **0,25**

2) On lance 5 fois de suite ce dé. En désignant par X la variable aléatoire égale au nombre de fois que B se réalise, X suit une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{1}{2}$

Calcul de la probabilité d'obtenir 4 fois la réalisation de l'événement B. — **0,50**

$\mathrm{P}(X = 4) = C_5^4(\frac{1}{2})^4 \times (\frac{1}{2})^1 = 0{,}03125$

3) On définit la variable aléatoire θ qui, a chaque nombre complexe z inscrit sur une face, associe son argument principal θ.

a) Les valeurs prises par la variable aléatoire θ

$Arg(i) = \frac{\pi}{2} = Arg(2i)$; $Arg(-2i) = -\frac{\pi}{2}$; $Arg(\sqrt{3}+i) = \frac{\pi}{6}$; $Arg(\sqrt{3}-i) = -\frac{\pi}{6}$ et $Arg(-3) = \pi$. L'ensemble des valeurs prises par θ est : $\theta(\Omega) = \left\{-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}; \pi ; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right\}$ — **1,00**

b) La loi de probabilité de θ.

$\boldsymbol{k}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\boldsymbol{\pi}$
$\boldsymbol{P(\theta = k)}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

1,25

c) L'espérance mathématique $\mathrm{E}(\theta) = \frac{\pi}{4}$.

On a : $\mathrm{E}(\theta) = -\frac{\pi}{2} \times \frac{1}{6} - \frac{\pi}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{\pi}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{\pi}{2} \times \frac{2}{6} + \pi \times \frac{1}{6}$ — **0,50**

$\mathrm{E}(\theta) = \frac{\pi}{4}$

CORRIGE	BAREME

EXERCICE 5 **(4,5 POINTS)**

Partie A

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;0]$ par : $\begin{cases} f(x) = x[1 - \ln(-x)] & ; \quad \text{si } x < 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1) Continuité de f en 0.

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x) = f(0) = 0$ — **0,25**

Donc f est continue en 0.

2) Dérivabilité de f en 0. **0,25**

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. f n'est pas dérivable en 0.

Interprétation graphique.

La courbe (C) admet une demi-tangente verticale au point d'abscisse 0. **0,25**

3) Limites de $f(x)$ et $\frac{f(x)}{x}$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$. Et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$. **0,25 x 2**

Interprétation graphique

Donc la courbe (C) admet une branche parabolique de direction celle de (OJ). **0,25**

4) f est dérivable sur $]-\infty;0[$

a) **Calcul de la dérivée de f**

f est dérivable sur $]-\infty;0[$ **0,50**

$\forall\, x \in]-\infty;0[; f'(x) = 1 - \ln(-x) + x\left(-\frac{1}{x}\right) = -\ln(-x)$

b) **Sens de variations de f.**

On a : $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -ln(-x) > 0 \Leftrightarrow x > -1$

D'où : $\forall\, x \in]-\infty;-1[, f'(x) > 0$.

f est donc strictement décroissante sur $]-\infty;-1[$ **0,50**

Et $\forall\, x \in]-1;0[, f'(x) < 0$

Donc f est strictement croissante sur $]-1;0[$

c) **Tableau de variation de f**

x	$-\infty$		-1		0
$f'(x)$			0		
f	$+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

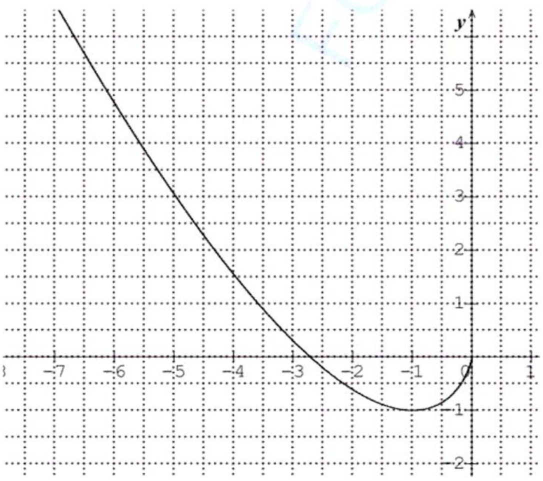
0,25

5) Les coordonnées des points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses. **0,25**

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \; ou \; x = -e$

Donc $(0\,;\,0)$ *et* $(-e\,;\,0)$ sont les couples de coordonnées des points intersection de (C) et l'axe des abscisses.

6) Construction de la courbe (C). **0,50**



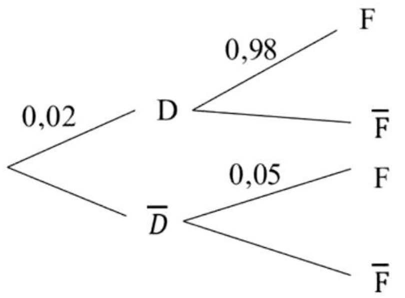
Partie B

1) On a : $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -e$

De plus $1 - \ln(-x) > 0 \Leftrightarrow x > -e \Leftrightarrow x \in]-e\,;\,0[$. **0,25**

D’où : $1-\ln(-x)<0$ sur $]-\infty\,;-e[$. Par ailleurs $x<0$ Donc $\forall\, x\in\,]-\infty\,;-e[\,;f(x)>0$ et $\forall\, x\in\,]-e\,;0[\,;f(x)<0$. 2) Soit t un nombre réel appartenant à $]-e^{-1}\,;0[$ a) On a : et $\forall\, x\in\,]-e^{-1}\,;0[;f(x)<0$ $\mathcal{A}(t)=\int_{-e^{-1}}^{t}[-f(x)]\,dx\times u.a.$ $\int_{-e^{-1}}^{t}[-f(x)]\,dx=\int_{-e^{-1}}^{t}-x\,dx+\int_{-e^{-1}}^{t}x\,ln(-x)dx$	0,50
$\int_{-e^{-1}}^{t}f(x)dx=\left[-\frac{1}{2}x^2\right]_{-e^{-1}}^{t}+\left[\frac{1}{2}x^2\ln(-x)\right]_{-e^{-1}}^{t}-\left[\frac{1}{4}x^2\right]_{-e^{-1}}^{t}$ $\int_{-e^{-1}}^{t}f(x)dx=\left[-\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{2}x^2\ln(-x)\right]_{-e^{-1}}^{t}$ $\boldsymbol{\mathcal{A}(t)=5e^{-2}-3t^2+2t^2ln(-t)}$	
b) $\lim\limits_{t\to0}\mathcal{A}(t)=\lim\limits_{t\to0}(e^2+3t^2-2t^2\ln(-t))=5e^{-2}$; car $\begin{cases}\lim\limits_{t\to0}-3t^2=0\\ \lim\limits_{t\to0}2t^2\ln(-t)=0\end{cases}$	0,25

EXERCICE 6		
Critères	**Indicateurs de performance**	**Barème de notation**
Critère minimal 1 : Pertinence (Interprétation correcte de la situation) Pertinence des choix opérés par les élèves sur les données de la situation	Pour résoudre cet exercice, je vais utiliser la leçon sur : les probabilités conditionnelles. Pour cela, je vais : • définir les événements : D : « le danger survient ». F : « le système active les freins ». • préciser les probabilités $P(D);P(F/D);P(F/\overline{D})$ • calculer $P(\overline{D})$; $P(D\cap F)$; $P(F\cap\overline{D})$; $P(F)$ • traduire la situation à l’aide d’un arbre de probabilités • calculer $P_F(D)$	**0,75 point** 1 ind / 6 → **0,25** 2 ind / 6 → **0,50** 3 ind / 6 → **0,75**
Critère minimal 2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation	- Précision de probabilités : $P(D)=0{,}02$ $P(F/D)=0{,}98$ $P(F/\overline{D})=0{,}05$ - Arbre de probabilité	**2,5 points :** **1 ind / 7 → 0,5** **2 ind / 7 → 1** **3 ind / 7 → 1,5**

	 - Calcul des probabilités $P(\overline{D})$; $P(F)$; $P(D \cap F)$ $P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0{,}02 = 0{,}98$ $P(D \cap F) = 0{,}02 \times 0{,}98 = 0{,}0196$ $P(D \cap \overline{F}) = 0{,}98 \times 0{,}05 = 0{,}049$ - Par la formule de probabilité totale, on a : $P(F) = 0{,}02 \times 0{,}98 + 0{,}98 \times 0{,}05 = 0{,}0686$ - Calcul de $P(D/F)$ $P_F(D) = \frac{P(D \cap F)}{P(F)} = \frac{0{,}0196}{0{,}0686} = 0{,}2857$ - La probabilité qu'il y ait eu un réel danger lorsque le freinage d'urgence s'active est d'environ 28,57 %. - Retour au problème Il y a 28,57 % de chance qu'il ait un danger réel quand le système de freinage s'active. Or $28{,}57 < 30$. Donc en l'état, le système sera accepté sur le marché par les automobilistes.	**4 ind/7 → 2** **5 ind / 7 → 2,5**
Critère minimal 3 : Cohérence de la réponse	• Le résultat est conforme aux résultats attendus • Le résultat produit est en adéquation avec la démarche • Qualité des enchaînements • Retour au problème	**1,25 point :** 1 ind / 4 → **0,50** 2 ind / 4 → **0,75** 3 ind / 4 → **1,25**
Critère de perfectionnement	• **Concision** • **Originalité** • **Propreté de la copie**	**0,5 point :** 1 ind / 3 → **0,25** 2 ind / 3 → **0,5**