

**MATHÉMATIQUES**SÉRIES F₁, F₂, F₃

*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3
Toute calculatrice scientifique est autorisée.*

EXERCICE 1

Pour chaque affirmation une seule réponse est juste. Ecris le numéro de l'affirmation et la lettre qui correspond à la réponse juste. Exemple : 5-B

N°	AFFIRMATIONS	A	B	C	D
1	Le centre du cercle d'équation : $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$ est :	(2; 1)	(-2; -1)	(2; -1)	(-2; 1)
2	Un conique d'équation $y = x^2$ est	Un cercle	Une hyperbole	Une parabole	Une ellipse
3	L'ensemble des points d'affixe z tels que $ z = 3$ est :	Une droite	Un cercle de centre O et de rayon 3	Un cercle de rayon 6	Une parabole
4	Une hyperbole est définie comme l'ensemble des points :	Equidistants d'un point	Dont la somme des distances à deux points fixes est constante	Dont la différence des distances à deux points fixes est constante	Dont la distance à une droite est constante
5	L'axe de symétrie de la parabole $y = (x - 3)^2 + 2$	$y = 3$	$x = 3$	$y = 2$	$x = 2$

EXERCICE 2

Ecris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou F si l'affirmation est fausse. Exemple : 5-V

1-Si g est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle ouvert K tel que $\forall x \in K, g''(x) > 0$, alors g est concave sur K .

2-Une fonction f dérivable sur un intervalle ouvert I , contenant a , admet un extremum relatif en $x = a$ si et seulement si $f'(a) = 0$.

3-Toute fonction dérivable sur un intervalle K est continue sur cet intervalle.

4-La dérivée de la fonction définie par $f(x) = 10^x$ est $f'(x) = 10^x \ln 10$.

5-La fonction f définie par $f(x) = 10^x$ est une fonction strictement croissante sur $]-\infty; +\infty[$

EXERCICE 3

Soit P un polynôme défini par $P(x) = -2x^3 - x^2 + 13x - 6$

1-Vérifier que $P(2) = 0$

2-a) Démontrer que $P(x) = (x - 2)(x + 3)(-2x + 1)$.

b) Étudier le signe de P suivant les valeurs de x

3-Résoudre dans \mathbb{R} :

a) (E) : $x \in \mathbb{R}, -2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 + 13 \ln x - 6 = 0$

b) (I) : $x \in \mathbb{R}, -2e^{3x} - e^{2x} + 13e^x - 6 < 0$

EXERCICE 4

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

1. On désigne par $z = x + yi$ où x et y sont des nombres réels, l'affixe d'un point M .

Soit $z' = \frac{2}{3}z - \frac{1}{3}\bar{z} - 1$. On pose $z' = x' + y'i$, où x' et y' sont des nombres réels.

Démontrer que :
$$\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(x - 3) \\ y' = y \end{cases}$$

2. Déterminer dans chacun des cas suivants, la nature de l'ensemble des points M tels que :

a) $|z'| = 1$.

b) La partie réelle de z'^2 est égale à 1.

3. a) Démontrer que l'ensemble des points M tels que $\left| \frac{z-1-i}{\bar{z}+z+4} \right| = \frac{\sqrt{2}}{4}$ est une ellipse

dont on donnera l'équation réduite dans un repère convenablement choisi.

b) Préciser les éléments caractéristiques de cette ellipse.

EXERCICE 5

f est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2e^x - 2 - xe^x$ et (C) est sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, I, J) . unité 2cm

1. Donner l'ensemble de définition de f . On le notera D_f .
2. Calculer la limite de f en $-\infty$ et la limite de f en $+\infty$.
3. On admet que f est dérivable sur \mathbb{R} .

Calculer $f'(x)$ puis justifier que pour tout nombre réel x , $f'(x) = (1 - x)e^x$.

4. Donner les variations de f et dresser son tableau de variation.
5. a) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = -2$ est asymptote à la courbe C en $-\infty$.
b) Etudier les positions relatives de (C) et (Δ) .
6. a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ a deux solutions dans \mathbb{R} dont l'une notée α , appartient à l'intervalle $[1,5 ; 1,6]$.
b) Quelle est la valeur de l'autre solution ?
7. Tracer la droite (Δ) puis la courbe (C) .