

BAC BLANC RÉGIONAL
SESSION 2026

Série : D
Coefficient : 4
Durée : 4 heures

MATHÉMATIQUES

Exercice 1

Ecris sur ta copie le numéro de l'affirmation, suivi de Vrai si elle est vraie ou de Faux si elle est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ et si $f(3) = 2,1$ et $f(5) = 1,7$, alors l'équation $f(x) = 2$ admet une solution unique $\alpha \in]3; 5[$
2	Toute fonction dérivable sur un intervalle I est également continue sur I .
3	Le conjugué du nombre complexe $e^{i\frac{\pi}{5}}$ est $e^{-i\frac{\pi}{5}}$.
4	Si A et B sont deux événements indépendants alors $P(A) \times P(B) = P(A \cup B)$

Exercice 2

Pour chaque ligne du tableau ci – dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est juste. Ecris sur ta copie le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto 3x^2 - \frac{1}{x}$ est la fonction :	$x \mapsto 3x - \frac{1}{x^2}$	$x \mapsto x^3 - \ln x$	$x \mapsto x^3 - \frac{1}{x^2}$
2	L'ensemble des solutions de l'équation $(3e^x - 1)(e^x + 1) = 0$ est :	$\{-\ln 3\}$	$\{e^3; e^{-1}\}$	$\{e^{-3}; e\}$
3	Une racine cubique de -8 est :	$1 + i\sqrt{3}$	$-1 + i\sqrt{3}$	$-1 - i\sqrt{3}$
4	f est une bijection de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ et f^{-1} sa bijection réciproque. On donne $f(1) = 3; f'(1) = 2$. $(f^{-1})'(3)$ est égal à :	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$

Exercice 3 (3 points)

1.a) Justifie que $(7 - i)^2 = 48 - 14i$

1.b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^2 - (5 + 3i)z - 8 + 11i = 0$

2) Soit $P(z) = z^3 - (5 + 7i)z^2 + (-20 + 31i)z + 44 + 32i$

2.a) Calcule $P(4i)$.

2.b) Justifie que $P(z) = (z - 4i)(z^2 - (5 + 3i)z - 8 + 11i)$.

2.c) Dédus de tout ce qui précède, la résolution de l'équation (E) : $P(z) = 0$.

3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) , on donne les points A, R et T d'affixes respectives $4i$; $6 + i$ et $-1 + 2i$. Démontre que le triangle RAT est rectangle en A.

Exercice 4 (3,5 points)

Un agent de l'agriculture vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35% des plants proviennent de l'horticulteur H_1 , 25% de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3 . Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des cacaoyers et des caféiers. La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80% de cacaoyers, alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50% et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30%.

1. L'agent de l'agriculture choisit un arbre dans son stock. On considère les événements suivants :

- H_1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_1 » ;
- H_2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_2 » ;
- H_3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_3 » ;
- C : « l'arbre choisi est un cacaoyer ».
- F : « l'arbre choisi est un caféier ».

a) Construis un arbre pondéré traduisant la situation.

b) Calcule la probabilité pour que l'arbre choisi soit un cacaoyer acheté chez l'horticulteur H_3 .

c) Justifie que la probabilité de l'événement C est égale à 0,525.

d) l'arbre choisi est un cacaoyer. Détermine la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_1

2. On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de l'agent de l'agriculture. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock. On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de cacaoyers de l'échantillon choisi.

a) Justifie que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres.

b) Calcule la probabilité pour que l'échantillon prélève comporte exactement 5 cacaoyers.

(On arrondira les résultats à l'ordre 3).

Exercice 5 (4,5 points)

Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x + 1 + \ln x$.

1.a) Calcule la limite de g à droite en 0 puis en $+\infty$.

1.b) Démontre que g est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

1.c) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $0,27 < \alpha < 0,28$.

1.d) Démontre que : $\forall x \in]0; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$

2) Soit f la fonction définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x \ln(x)}{x+1}, & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

(Unité graphique: 2cm)

2.a) Démontre que f est continue en 0.

2.b) Etudie la dérivabilité de f en 0. Donnes-en une interprétation graphique.

2.c) On donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et donne une interprétation graphique du résultat.

3.a) Justifie que $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

3.b) Etudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.

4) On prendra $\alpha = 0,27$ et on donne $f(\alpha) = -\alpha$. Construis (C).

Exercice 6 (5 points)

Dans le cadre des élections présidentielles en Côte d'Ivoire, M. DAGBE, un riche candidat désire apposer sur 1000 véhicules, son logo à la forme d'une « aile d'oiseau » pour sa campagne électorale sur l'ensemble du pays avec un budget de 25 millions. Ainsi, il volera vers la victoire.

Muni de la photo du logo, il s'adresse à un peintre de voitures.

Ce logo est le domaine situé entre les courbes (C_f) et (C_g) représentant les fonctions f et g sur l'intervalle $[0; 9]$ où f et g sont les fonctions définies par : $f(x) = \frac{1}{x+1}$ et $g(x) = e^{-5x} + \frac{x}{90}$.

Ces deux fonctions sont représentées dans le même repère orthogonal ci-dessous d'unité 3 cm en abscisse et 10 cm en ordonnée.

Le peintre, ancien élève de la TD, après avoir fini le dessin sur une maquette, dit à M. DAGBE que le logo a une aire de : $(30 \ln 10 + 6e^{-45} - \frac{39}{2}) \text{ cm}^2$ qui vaut environ $49,578 \text{ cm}^2$ à 10^{-3} près, et qu'il prendra 0,009 litres de peinture par cm^2 pour un travail de qualité.

M. DAGBE qui sait que le litre de peinture choisie pour le travail, coûte 3000F sur le marché, demande à sa fille Lima, actuellement élève en TD d'apprécier l'aire exacte du logo donnée par le peintre et de lui dire si son budget suffira à représenter 10 logos alignés de chaque côté d'un véhicule.

Ami de classe de Lima, tu décides de l'aider, en utilisant tes connaissances mathématiques, à trouver des réponses aux préoccupations de M. DAGBE.

NB : Ce graphique n'est pas en grandeurs réelles.

