

BACCALAUREAT REGIONAL

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Séries F2 et B
Durée : 3 Heures
Coef : 4

Cette épreuve contient deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

EXERCICE 1 (3 points)

1- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ \ln x + \ln(-y) = \ln 3 \end{cases}$$

2- Soit P le polynôme défini par $P(x) = -x^3 + x^2 + 5x + 3$

a) Calcule $P(3)$ et déterminer une factorisation de $P(x)$ puis son signe suivant les valeurs de x

b) Déduis-en les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation (I) : $-\ln^3(2 - 3x) + \ln^2(2 - 3x) + 5\ln(2 - 3x) \leq 0$

EXERCICE 2 (3 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J)

1- Soit M un point du plan d'affixe z .

On pose $z = x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 + i(x - y + 1)$ où x et y sont des nombres réels .

a) Détermine l'ensemble (λ) des points M du plan pour que : $z \in \mathbb{R}$.

b) Détermine l'ensemble (φ) des points M du plan pour que : $z \in i\mathbb{R}$.

2- Soit $j = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ un nombre complexe.

a) Détermine la forme trigonométrique de j

b) Calcule j^2

c) Soient A, B et C les points images respectifs des nombres complexes 4, j et j^2

Donne la nature du triangle ABC.

EXERCICE 3 (5 points)

Le tableau ci-dessous indique les variations du chiffre d'affaire Y d'une entreprise commerciale en fonction du budget de publicité X (X et Y sont exprimés en millions de francs CFA).

X	18	20	22	25	30	34	35	40	42	44
Y	300	350	340	360	400	480	450	480	490	520

1- a) Recopie et complète le tableau de calculs ci-dessous

$\sum_{i=1}^{10} x_i$	$\sum_{i=1}^{10} y_i$	$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i$	$\sum_{i=1}^{10} x_i^2$	$\sum_{i=1}^{10} y_i^2$

b) Justifie que le budget de publicité moyen $\overline{X} = 31$ et que le chiffre d'affaires moyen $\overline{Y} = 417$.

c) Calcule la variance $V(X)$, $V(Y)$ et la covariance $\text{Cov}(X, Y)$

2- a) Représente le nuage de points associé à cette série statistique double.

On prendra : 1 cm pour 5 millions de FCFA en abscisse et 1 cm pour 50 millions de FCFA en ordonnées

b) Un ajustement linéaire est-il possible ?

3- Détermine le coefficient de corrélation linéaire.

4- Détermine une équation de la droite de régression (D) de Y en X.

(On donnera les coefficients **a** et **b** de l'équation sous la forme d'arrondi d'ordre 2)

5- Calcule, selon l'ajustement ainsi réalisé, une estimation du chiffre d'affaires pour un budget de 50 millions de francs CFA.

PROBLEME (9 points)

Partie A

On donne la fonction g dérivable et définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{x} - 4\ln x$

1- a) Calcule les limites de la fonction g aux bornes de définition.

b) Etudie les variations de g

c) Dresse le tableau de variation de g

2- a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $]0; +\infty[$ une solution unique α

b) Déduis-en le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x

c) Démontre que $\alpha \in]1, 22; 1, 23[$

Partie B

Soit la fonction numérique f définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x} + 2(\ln x)^2$.

On désigne par (C) , sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Unité : 1cm.

1- a) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

b) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Donne une interprétation graphique du résultat.

2 - a) Calcule $f'(x)$ et montre que $\forall x \in D_f, f'(x) = -\frac{1}{x} \cdot g(x)$

b) Etudie le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x et dresse le tableau de variation de f

3- a) Démontre que $f(\alpha) = \frac{1}{8\alpha^2} + \frac{1}{\alpha}$.

b) Donne un encadrement de $f(\alpha)$ à $2 \cdot 10^{-2}$ près et déduis-en une valeur approchée de $f(\alpha)$ à 10^{-1}

4- Construis (C) .

Partie C

Soit h la fonction dérivable sur $]0; +\infty[$ et définie par : $h(x) = x \ln x - x + 1$

a) Justifie que h est la primitive de la fonction $\ln$ sur $]0; +\infty[$ qui s'annule en 1.

b) Calcule $h(e^2) - h(e)$