SUJET DE MATHEMATIQUES

PREPA BAC BLANC DECEMBRE 2026

Série : D

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

Fomesoutra.com ça soutra!

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1 (4 points)

Dans le tableau suivant et pour chacun des items qui le composent, un début d'affirmation est annoncé. Il s'agit de compléter chacun de ces débuts d'affirmation par la bonne réponse parmi les quatre proposées afin d'obtenir une affirmation complète et correcte.
Recopie sur ta feuille de composition, le numéro de chaque début d'affirmation suivi de la réponse correcte.

N°	DÉBUTS D'AFFIRMATIONS	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3	Réponse 4
1	Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\ln(x^2+2x)=0$	n'admet pas de solution	admet une unique solution	admet deux solutions distinctes	admet une solution double
2	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ln(1+x^2)}{sin^2x}$ est égale à ...	$+0{,}5$	-1	$+1$	$-0{,}5$
3	On donne $F(x)=\dfrac{ln(1+x)^2}{x^2}$. L'ensemble de définition de F est ...	$\mathbb{R}\backslash\{0\}$	$\mathbb{R}\backslash\{0;-1\}$	$\mathbb{R}\backslash\{0;-1;1\}$	$\mathbb{R}\backslash\{0;1\}$
4	On donne $F(x)=\tan(cosx)$. F est supposée dérivable sur $\mathbb{R}$. $\forall x\in\mathbb{R}$, $F'(x)=\ldots$	$cos^2x(sinx)$	$\dfrac{\ln(cosx)}{sinx}$	$-sinx(cos^2x)$	$-sinx(1+tan^2(cosx))$

EXERCICE 2 (4 points)

Dans le tableau suivant et pour chacun des items qui le composent, un début d'affirmation est annoncé. Il s'agit de compléter chacun de ces débuts d'affirmation par la bonne réponse parmi les quatre proposées afin d'obtenir une affirmation complète et correcte.

N°	DÉBUTS D'AFFIRMATIONS	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3	Réponse 4
1	Soient A et B deux évènements tels que : $p(A)=0{,}4$; $p_A(\overline{B})=0{,}2$ et $p_A(\overline{B})=0{,}7$. Alors la valeur de $p(B)$ est égale à ...	0,8	0,5	0,3	0,6
2	Une primitive de la fonction f continue et définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\frac{(lnx)^2}{x}$ est la fonction F définie par : $F(x)=\ldots$	$\frac{1}{2}(lnx)^2$	$\frac{1}{3}(lnx)^3$	$\frac{1}{3}(lnx)^2$	$(lnx)^3$

EXERCICE 3 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=\begin{cases} x(lnx)^2 ; & \text{si } x>0 \\ 0 \quad , & \text{si } x=0. \end{cases}$

On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$ d'unité graphique 10 cm.

1) Étudie la continuité de f en 0.
2) Étudie la dérivabilité de f en 0 puis interprète graphiquement le résultat obtenu.
3) Étudie la nature de la branche infinie en $+\infty$.
4) En admettant que f est dérivable sur $]0;+\infty[$, étudie le sens de variation de f.
5) Dresse le tableau de variation de f sur $]0;+\infty[$.
6) Représente graphiquement f dans le repère orthonormé $(O;I;J)$.

EXERCICE 4 (5 points)

On considère la fonction f dérivable et définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

1) Justifie qu'il existe une primitive et une seule F de la fonction f et qui vérifie $F(0) = 0$.

2) On définit la fonction G sur l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}[$ par $G(x) = F(\tan x)$ et on admet que G est dérivable sur l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}[$.

a) Justifie que : $\forall\, x \in [0 ; \frac{\pi}{2}[\,,\ G'(x) = 1$.

b) En déduis que : $\forall\, x \in [0 ; \frac{\pi}{2}[\,,\ G(x) = x$.

c) On donne $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Détermine la valeur de $F\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

3) On pose, pour tout $x \in [0 ; +\infty[$, $H(x) = F\left(\frac{1}{x+1}\right) + F\left(\frac{x}{x+2}\right)$ et on admet que F est dérivable sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

a) Justifie que : $\forall\, x \in [0 ; +\infty[\,,\ H'(x) = 0$.

b) Déduis-en que $F\left(\frac{1}{2}\right) + F\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$.

EXERCICE 5 (5 points)

Pour une marque de téléphone donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées : le GPS et le Wifi.

Sur l'ensemble des téléphones portables de cette marque, 40% possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones avec l'option GPS, 60% ont l'option Wifi.

On choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants : G : « le téléphone possède l'option GPS » et W : « le téléphone possède l'option Wifi ».

Dans tout l'exercice, tu donneras les valeurs exactes des probabilités.

1) Détermine $P(G)$ et $P_G(W)$.

2) Représente la situation à l'aide d'un arbre de probabilité qui sera complété tout au long de l'exercice.

On suppose que la probabilité de l'événement W est $P(W) = \frac{7}{10}$.

3) Détermine la probabilité de l'événement : « le téléphone possède les deux options ».

4) 1) Démontre que $P_G(W) = \frac{23}{30}$.

2) Complète l'arbre de probabilité de la question 2.

5) On choisit un téléphone avec l'option Wifi. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas l'option GPS ?

6) Le coût de revient par téléphone d'une option, pour le fabriquant est de 7 200 F pour l'option GPS et de 3 600 F pour l'option Wifi.

a) Détermine la loi de probabilité du coût de revient d'un téléphone suivant ces deux options.

b) Calcule l'espérance mathématique de cette loi et interprète ce résultat.

EXERCICE 6 (5 points)

Monsieur Fian, fondateur d'un établissement secondaire a recruté des enseignants. Il leur propose un salaire annuel de 750 000 F CFA.

Après quelques mois de travail, une grève des enseignants pour la revalorisation de leur salaire amène le fondateur à faire deux propositions de contrat au choix afin de relever les salaires.

- **Le premier contrat** stipule que les enseignants auront chaque année une augmentation de 4% du salaire de l'année précédente.
- **Le deuxième contrat** consiste à faire chaque année une augmentation forfaitaire de 30 000 F CFA.

Monsieur Dogo, professeur de Français, veut s'engager pour 9 ans, mais il hésite quant au choix du contrat. Il te sollicite. En argumentant, détermine le contrat le plus avantageux pour Monsieur Dogo.