

**Exercice 1.....5 pts**

On considère le polynôme complexe  $p$  de variable  $z$  défini par :

$$p(z) = z^3 + z^2 - (5 + 4i)z - 21 + 12i.$$

1. a. Calcule  $p(3)$ .

b. Détermine les nombres  $a, b$  et  $c$  tels que  $p(z) = (z - 3)(az^2 + bz + c)$ .

c. Résous, dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $p(z) = 0$ .

2. Dans le plan complexe muni du repère  $(O; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ , on considère les points  $A, B$  et  $C$  d'affixes respectives  $z_A = -1 + 2i$ ,  $z_B = -3 - 2i$  et  $z_C = 3$ .

a. Place les points  $A, B$  et  $C$  dans le repère.

b. Ecris sous forme exponentielle le nombre complexe  $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$  puis déduis-en la nature du triangle  $ABC$ .

**Exercice 2.....5 pts**

Un éleveur du Gourma possède trois moutons de couleur blanche et cinq moutons de couleur noire.

Pour célébrer la grande fête, il décide d'abattre au hasard quatre de ses moutons.

1. Soit  $X$  le nombre de moutons blancs tués.

a. Détermine la loi de probabilité de  $X$ .

b. Calcule l'espérance mathématique  $E(X)$  et l'écart type de  $X$ .

2. On estime qu'un mouton blanc donne environ 20 kilogrammes de viande et qu'un mouton noir donne 15 kilogrammes de viande. L'organisation trouve qu'il faut au moins 65 kilogrammes de viande pour satisfaire les invités.

Soit  $A$  l'évènement « on a tué au moins deux moutons blancs » et  $B$  l'évènement « il y a assez de viande pour satisfaire les invités ».

a. Calcule  $p(A)$  et  $p(B)$ .

b. Calcule  $p(B/A)$ .

c. Les évènements A et B sont-ils indépendants ? Justifie ta réponse.

**Problème.....10 pts**

**Partie A**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[10;100]$  par :  $f : x \mapsto f(x) = \frac{-2 + \ln x}{x}$ .

1. Calcule  $f'(x)$  sur  $[10;100]$ .
2. Etudie le signe de  $f'(x)$  sur  $[10;100]$ .
3. Dresse le tableau de variations de  $f$ .

**Partie B**

On se propose d'exprimer la capacité pulmonaire de l'être humain en fonction de son âge ;  $x$  représenté en années et  $g(x)$  la capacité pulmonaire en litres.

Une étude a montré que sur l'intervalle  $[10;100]$ ,  $g$  se modélise de la façon suivante :

$x \mapsto g(x) = 110f(x)$  où  $f$  est la fonction définie dans la partie A.

1. Calcule la capacité pulmonaire à 10 ans ; 30 ans et 60 ans.
2. Trace la courbe représentative de  $g$  dans un repère orthogonal (en abscisse : 2 cm pour 10 ans et en ordonnée : 3 cm pour 1 litre).
3. A quel âge la capacité pulmonaire est-elle maximale?
4. Détermine graphiquement l'intervalle du temps durant lequel la capacité pulmonaire reste supérieure ou égale à cinq litres.