MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE	BACCALAUREAT 2025	Durée : 4 H
	MATHEMATIQUES	Coef. : 5
OFFICE DU BACCALAUREAT	SERIE C4	

SESSION NORMALE

Exercice 1(08pts)

Foire internationale Togo est un évènement commercial, voire culturel très festif. Cet évènement attire de nombreux exposants nationaux et internationaux, de curieux, de touristes et de hautes personnalités. D'importantes dispositions sont prises pour satisfaire la curiosité des invités. Lors de l'édition 2024, Mr RAJOUAR, un sculpteur malgache, a brillé par l'exposition de ses œuvres d'art. Ces objets sont disposés suivant des configurations particulières sur un support conçu à partir de quatre points A, B, C et D. Ce support matérialise une portion d'un ensemble (Γ) et est illuminé par un dispositif placé en un endroit assimilé à un point (E).

L'espace étant muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on a $A(-1\,;0\,;0)$; $B(4\,;1\,;1)$; $C\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{8}{3}\right)$; $D(0;3;4)$; $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}$. Et (Γ) est ensemble des points (M) de l'espace tels que $(2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}-4\overrightarrow{MD}).(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC})=0$. Mr YOMA ayant participé à l'exposition a été séduit par la beauté d'art de deux objets. L'un est un disque dont le bord est circonscrit à un triangle IJK, et l'autre est son image par une transformation S.

Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé direct, les points I, J et K ont respectivement pour affixes les nombres complexes Z_I , Z_J et Z_K, solutions de l'équation (E_1) : $z^3-3z^2+5z-3+4i=0$ telles que Z_J est un nombre complexe imaginaire pur et la partie imaginaire de Z_K est strictement négative. La transformation S a pour expression analytique $\begin{cases}x'=-2x+8\\y'=-2y+6\end{cases}$.

Mr YOMA sollicite vos compétences en mathématiques d'élève de la classe de terminale C pour mieux comprendre le dispositif. En ta qualité d'élève de cette classe de terminale C, aide Mr YOMA en répondant aux consigne 1 et 2 ci-après.

Consigne 1 : après avoir déterminé l'ensemble (Γ), calcule la distance qui sépare le point E à (Γ).

Consigne 2 : après avoir déterminé les coordonnées des points I, J et K, représente les configurations que matérialisent les deux objets d'arts.

Grille de notation

Critères	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,5pt	1 pt	1pt	1 pt
Consigne 2	1,5pt	1 pt	1pt	

Exercice 2 (06pts)

I- Compléter les pointillés par les expressions qui conviennent (recopier chaque lettre et mettre la bonne réponse devant la lettre) **(0,25×12pts)**

1) La fonction g définie par $G(x)=\int_1^x \frac{e^t}{t}dt$ a pour ensemble de définition $D_G=$……(a)…………………… et pour dérivée $G'(x)=$…………(b)………………

2) Le plan est muni du repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. La courbe $(\mathcal{C})$ d'équation $\frac{(x-1)^2}{m^2}+\frac{y^2}{m+3}=1$ est une ellipse ssi………(c)……………et une hyperbole ssi m…(d)……

3) La composée de deux demi-tours d'axes parallèles est…………(e)…………… et la composée de deux demi-tours d'axes perpendiculaires en un point A est un demi-tour dont l'axe (D) est ………………(f)…………………

4) La composée $r_1 o r_2$ où $r_1\left(o_1,\frac{\pi}{3}\right)$ et $r_2\left(o_2,-\frac{\pi}{3}\right)$ est une identité si ………(g)……… et une translation si ………(h)……………… de vecteur $\overrightarrow{O_2O'}$ où O' est …(i)…………

5) Tout entier naturel p, autre que 0 et 1 et non premier, admet au moins un diviseur premier d tel que ………(j)…………………

6) Soit f une application du plan dans lui-même d'expression analytique $\begin{cases}x'=2x+3y+3\\y'=x-y+5\end{cases}$ l'application linéaire φ associé à f est tel que $\varphi(\vec{\imath})=$…………(k)………….. et $\varphi(\vec{\jmath})=$……………………(l)……………………

II- Choisir la bonne réponse

7) L'ellipse $(\mathcal{C})$ de foyer F et F' d'équation réduite $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$ a pour définition bifocale

a) $MF + MF' = 2\sqrt{2}$; b) $MF + MF' = 8$; c) $MF + MF' = 4\sqrt{2}$
; d) $MF - MF' = 4\sqrt{2}$

8) Dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation $35x - 13y = 3$ a pour solution :
a) $(13k + 9 ; 35k + 24)$; b) $(13k + 9; 35k - 24)$;
c) $(-13k + 9; -35k - 24)$; d) $(-13k + 9 ; 35k - 24)$

9) Dans l'espace la projection orthogonale f sur le plan (P) d'équation $x + y + z + 3 = 0$ a pour expression analytique

a) $\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(2x - y - z - 3) \\ y' = \frac{1}{3}(-x + 2y - z - 3 \\ z' = \frac{1}{3}(-x - y + 2z - 3 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-2x + y + z + 3) \\ y' = \frac{1}{3}(-x + 2y + z + 3 \\ z' = \frac{1}{3}(x + y + 2z + 3 \end{cases}$;

c) $\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-2x - y - z - 3) \\ y' = \frac{1}{3}(-x - 2y - z - 3 \\ z' = \frac{1}{3}(-x - y - 2z - 3 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x' = -\frac{1}{3}(2x - y - z - 3) \\ y' = -\frac{1}{3}(-x + 2y - z - 3 \\ z' = -\frac{1}{3}(-x - y + 2z - 3 \end{cases}$

10) Soient A et B les intégrales définies par $A = \int_0^{\pi} cos^2 x e^{2x} dx$ et $B = \int_0^{\pi} \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right) e^{2x} dx$ sont tels que $A + B$ a pour valeur
a) $\frac{e^{2\pi}+1}{2}$; b) $-\frac{e^{2\pi}+1}{2}$; c) $\frac{e^{2\pi}-1}{2}$; d) $\frac{1-e^{2\pi}}{2}$

11) Soit (E) une équation différentielle définie par :
(E): $y'' - 2\cos \propto y' - sin^2 \propto y = 0$ $\alpha \in \mathbb{R}$ a pour solution :
a) $Ae^{(\cos\alpha+1)x} + Be^{(\cos\alpha-1)x}$ b) $Ae^{(\cos\alpha+1)x} + Be^{(-\cos\alpha+1)x}$
; c) $e^{(\cos\alpha+1)x}(A\cos 2x + B\sin 2x)$; d) $(Ax + B)e^{(\cos\alpha+1)x}$

12) L'espace est muni du repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. Le plan (P) passant par les points $A(-1, 1, 2)$; $B(1, 1, -2)$ et $C(1, 2, 3)$ est :
a) $2x - 5y + z + 5 = 0$; b) $2x - 5y + z + 2 = 0$;
c) $x - \frac{5}{2}y + z - 2 = 0$; d) $2x - 3y + z - 2 = 0$

Exercice 3 (06pts)

I- Sur $]0 ; +\infty[$, on définit les fonction f et g par $f(x) = \ln x - x\ln x + x$ et $g(x) = \frac{1}{x} - \ln x$. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ ou l'unité sur les axes est 2cm.

1) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. **(0,5pts)**

2-a) Etudier les variations de g **(0,5pts)**

b) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $]0 ; +\infty[$ une unique solution $\propto$ et que $1{,}7 < \propto < 1{,}8$. **(0,5pts)**

c) Etudier le signe de $g(x)$ pour $x \in]0 ; +\infty[$ **(0,25pts)**

3-a) Vérifier que pour tout x de $]0 ; +\infty[$ $f'(x) = g(x)$ puis dresser le tableau de variation de f **(0,5pts)**

b) Montrer que (C) coupe l'axe des abscisses en deux points d'abscisse x_1 et x_2 telles que $0{,}4 < x_1 < 0{,}5$ et $3{,}8 < x_2 < 3{,}9$ **(0,5pts)**

4-a) Etudier les branches infinies de (C) **(0,5pts)**

b- Montrer que $f(\propto) = \propto + \frac{1}{\propto} - 1$

5-a) Placer les points de (C) d'abscisse x_1 et x_2 et $\propto$ dans $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (on prendra $f(\propto) \cong 1{,}33$) **(0,25pts)**

b- Tracer (C) **(0,25pts)**

6- (D) est le domaine plan délimité par (C), les droites d'équations $x = 1$; $x = 3; y = 0$

a- A l'aide d'une intégration par partie calcule $I = \int_1^3 (1 - x)\ln x \, dx$. (0,25pts)

b- En déduire l'aire exacte du domaine plan (D) **(0,25pts)**

II- 1) soit g une application affine du plan telle que $gog = Id\mathcal{P}$.
Démontrer que g est une bijection et que tout milieu des points $[Mg(M)]$ est invariant par g

2) Soit $(\mathcal{H})$ une courbe définit par sa représentation paramétriques $\begin{cases} x = 3\cos\theta + 1 \\ y = 2\sin\theta + 1 \end{cases}$ $\theta \in \mathbb{R}$.
Donner la nature de $(\mathcal{H})$ et ses éléments caractéristiques **(0,75pts)**