COLLEGES BILINGUES PRIVES TRINITY DU BENIN

SITE DE COTONOU
Akpakpa, Ayélawadjè
TEL : (+229) 01 97 64 02 08
01 99 09 40 05

SITE DE GODOMEY
Non loin du CEG Godomey
TEL : (+229) 01 58 57 63 96
01 95 31 35 99

SITE DE CALAVI
Face CEG ZOCA
TEL : (+229)01 65 97 80 24
01 96 74 88 64

SITE DE PORTO-NOVO
Ananvié face policiers BAC
TEL : (+229) 01 95 06 14 36
01 60 70 83 32

ANNÉE SCOLAIRE 2025 – 2026 **DURÉE : 2H**

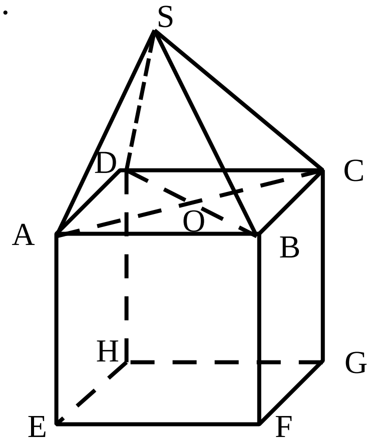
2ème EXAMEN BLANC INTERNE DE BEPC 2026

EPREUVE : MATHEMATIQUES

SITUATION D'EVALUATION

Contexte : Achat d'un casque pour sa propre sécurité.

Dans l'optique d'assurer la sécurité des usagers de routes, surtout ceux à motos, le gouvernement d'un pays les contraint avec toutes les rigueurs possibles au port de casque. En effet, Dossou accompagné de son fils Steev, s'est rendu dans un centre d'une ONG où les casques sont exceptionnellement moins chers, pour se procurer de deux casques. Ce centre dispose d'une caisse qui a la forme d'un cube ABCDEFGH surmonté d'une pyramide régulière SABCD séparée en des compartiments représentée ci-dessous.



Données :

- L'unité de longueur est $2\,m$;
- O est le centre de la face ABCD ;
- $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$;
- $OA = 1$

Pour faciliter les calculs, il rapporte l'espace au repère $(O\,;\overrightarrow{OA}\,,\overrightarrow{OB}\,,\overrightarrow{OS})$. Dans ce repère, une vidéo-surveillance est placée à un endroit assimilable au point $K(0; -1-2\sqrt{2}\,; 2)$. L'un des compartiments de la pyramide est le tétraèdre ODCN
où N est le projeté orthogonal de D sur la droite (SC).
Un jeu de loterie a été organisé pour les acheteurs de casques.
Pour alimenter la caisse en électricité un circuit électrique a été mis en place. Steev désire :

- déterminer la hauteur de la caisse et calculer le volume de l'un de ses compartiments;
- tracer une portion du circuit électrique mis en place.

Tâche : Tu es invité(e) à assister Steev en résolvant les trois problèmes suivants.

Problème 1

1. Démontre que le repère $(O\,;\overrightarrow{OA}\,,\overrightarrow{OB}\,,\overrightarrow{OS})$ est orthonormé direct.
2. a) Justifie que les droites (OS) et (AE) sont parallèles.

   b) Justifie que $AE = 2\sqrt{2}\,m$.

   c) Déduis-en que la hauteur de la caisse est $h = (2 + 2\sqrt{2})$m .

3. a) Détermine les cordonnées de chacun des points D, F et C.

   b) Détermine le vecteur $\overrightarrow{DF} \wedge \overrightarrow{DK}$ puis déduis-en que les points D, F et K sont alignés.

4. a) Vérifie que le point N a pour triplet de cordonnées $\left(-\frac{1}{2};\ 0\,;\frac{1}{2}\right)$

   b) Calcule le volume du compartiment ODCN.

Problème 2

De cette caisse contenant 10 casques identiques dont 6 noirs et 4 blancs, Dossou choisit au hasard deux casques l'un après l'autre et sans les remettre après qu'il ait remis 10.000 f au gérant du centre. Lorsque dans les choix des deux casques :

- se trouve un seul casque noir, le gérant lui retourne 3000 f ;
- se trouvent deux casques noirs, le gérant lui retourne 5000 f ;
- se trouvent deux casques blancs, le gérant ne retourne rien à Dossou.

On désigne par X la variable aléatoire prenant pour valeur le montant payé par Dossou pour acheter les deux casques.

5. Démontre que la probabilité pour que Dossou dépense moins d'argent est p = $\frac{1}{3}$
6. a) Détermine la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

   b) Calcule l'espérance mathématique $E(X)$ et la variance $V(X)$ de la variable aléatoire X.

   c) Définis et construis la fonction de répartition F de X.

Problème 3

Dans un repère orthonormé $(\Omega\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath})$ du plan d'unité de longueur 2 cm, le circuit routier est assimilable à une portion de la courbe (Γ) d'une fonction f à variable réelle x définie par $f(x) = \ln[u(x)]$ où u est la solution de l'équation différentielle (E) :$2y'' - y' - y = -2$ telle que $u(0) = -1$ et $u'(0) = 3$.

On considère la fonction P définie sur ℝ par $P(x) = x^3 + 2x - 4$.

7. a) Résous sur ℝ l'équation différentielle (E') : $2y'' - y' - y = 0$.

   b) Détermine la fonction constante $\varphi : x \mapsto c$, avec $c\epsilon\mathbb{R}$, solution de l'équation différentielle (E).

   c) Démontre qu'une fonction g est solution de (E) si et seulement si la fonction $g - \varphi$ est solution de (E').

   d) Déduis-en que pour tout nombre réel x, on a : $u(x) = -4\,e^{-\frac{1}{2}x} + e^x + 2$.

8. a) Etudie les variations de la fonction P.

   b) Démontre que l'équation $P(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $1{,}1 < \alpha < 1{,}2$.

   c) Déduis-en le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x.

9. a) Justifie que pour tout nombre réel x, on a : $u(x) = e^{-\frac{1}{2}x}P\left(\sqrt{e^x}\right)$.

b) Démontre alors que l'ensemble de définition de f est D $=]2\ \ln\ \alpha\ ;\ +\infty[$

10. a) Etudie les variations de f.

b) Démontre que la courbe (Γ) coupe l'axe des abscisses en un seul point $T(\beta\ ;0)$ telle que $\beta < 1$.

c) Vérifie que $e^{\beta} = \left[P\left(\sqrt{e^{\beta}}\right)\right]^2$.

11. a) Démontre que : $\forall x \epsilon$D, on a : $f(x) = x + \ln\left(1 + 2e^{-x} - 4e^{-\frac{3}{2}x}\right)$.

b) Déduis-en que la droite d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe (Γ). c) Construis (Γ).

FIN.