Ministère de l'éducation	Examen du baccalauréat + Correction	2025/2026
Prof : Kamel Maatallah	Session principale 2026	Section : Économie et Gestion

Exercice 1 (4 points)

Le tableau statistique ci-dessous donne l'évolution des valeurs des exportations totales de la Tunisie (en milliards de dinars) entre les années 2015 et 2022.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Valeurs y_i des exportations totales (en milliards de dinars)	27,6	29,1	34,4	41	43,9	38,7	46,7	57,6

(Source : INS)

1) a) Dans l'annexe jointe, représenter le nuage de points de la série statistique (x_i, y_i).

b) Justifier que ce nuage permet d'envisager un ajustement affine entre x et y.

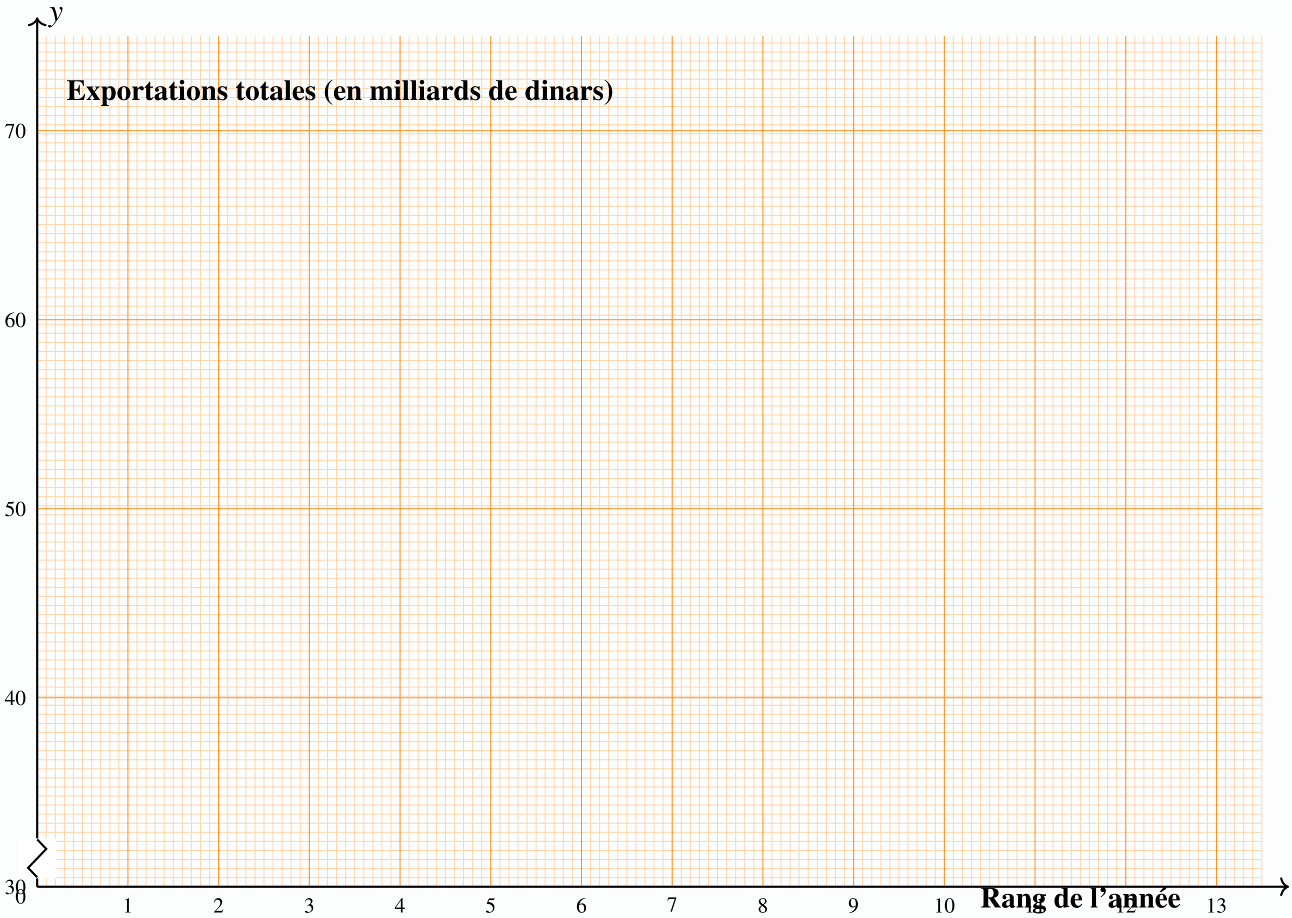
Dans la suite, les résultats des calculs seront arrondis au centième

2) Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série (x_i, y_i).

3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.

4) a) Déterminer une équation de la droite de régression (D) de y en x par la méthode des moindres carrés.

b) En utilisant l'équation de la droite (D), trouver l'année à partir de laquelle la valeur des exportations totales dépasserait 66 milliards de dinars.



Exercice 2 (5 points)

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 10 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 6 & 4 & -9 \\ -3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

1) **a)** Calculer le déterminant de A. En déduire que A est inversible.

b) Calculer $A \times B$ puis vérifier que $A \times B - A = 3I_3$.

c) En déduire que la matrice inverse de A est $A^{-1} = \frac{1}{3}(B - I_3)$.

2) Soit le système (S) : $\begin{cases} x+y+z = 500 \\ x+5y+10z = 1550 \\ x+2y+4z = 800 \end{cases}$ où $x, y, z \in \mathbb{R}$

a) Donner l'écriture matricielle de (S).

b) Trouver alors x, y et z.

3) Un point de vente achète et revend des cartes de recharge pour lignes téléphoniques prépayées aux détails suivants :

Type de carte	C_1	C_2	C_3
Prix d'achat d'une carte en dinars	1,1	5,5	11
Prix de vente d'une carte en dinars	1,2	5,7	11,4

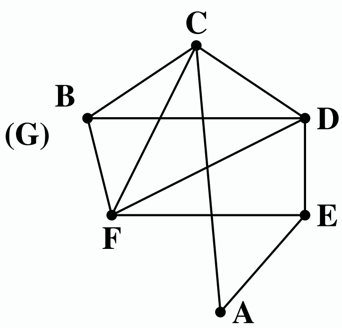
Il achète un lot de 500 cartes des 3 types au prix de 1705 dinars et estime un gain total de 80 dinars. On désigne par a, b et c respectivement les nombres de cartes de type C_1, C_2 et C_3.

a) Justifier que : $\begin{cases} a+b+c = 500 \\ 1,1a+5,5b+11c = 1705 \\ 0,1a+0,2b+0,4c = 80 \end{cases}$

b) Trouver alors le nombre de cartes de chaque type.

Exercice 3 (5 points)

On considère le graphe connexe (G) ci-contre.



1) **a)** Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D	E	F
Degré						

b) Montrer que (G) admet une chaine eulérienne.

c) (G) admet-il un cycle eulérien ? Justifier.

2) **a)** Donner les sommets d'un sous graphe complet de (G) d'ordre 4.

b) Soit $\gamma(G)$ le nombre chromatique de (G). Montrer que $4 \leq \gamma(G) \leq 5$.

c) Déterminer la valeur de $\gamma(G)$.

3) Les sommets du graphe (G) représentent six élèves membres d'un même réseau social. Une arête reliant deux sommets signifie que les deux élèves correspondants sont amis sur ce réseau. Soit M la matrice associée à (G) en respectant l'ordre alphabétique.

On donne $M = \begin{pmatrix} 0 & .. & .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & .. & .. & .. & .. \\ 1 & 1 & 0 & .. & .. & .. \\ 0 & 1 & 1 & 0 & .. & .. \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & .. \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

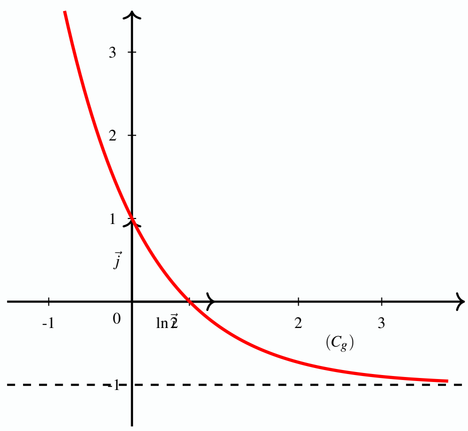
a) Préciser la valeur du coefficient a_{52} de M et l'interpréter aux termes de la situation.

b) Recopier et compléter la matrice M.

c) Chacun des six élèves est chargé d'élaborer un projet de recherche qu'il présentera pendant une journée d'une semaine fixée.
Les élèves qui sont amis sur ce réseau ont communiqué pour ne pas présenter leurs travaux la même journée.
Déterminer le nombre minimal de journées pour exposer les six projets.

Exercice 4 (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
La courbe (C_g) ci-contre est celle d'une fonction g définie et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.



I. Par lecture graphique :

1) Déterminer $g(\ln 2)$.

2) Préciser le signe de $g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Dans la suite de l'exercice, on prend $g(x) = 2e^{-x} - 1$.

II. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -1 + \dfrac{xe^x + 2}{e^x}$

1) Calculer $f(0)$ et vérifier que $f(\ln 2) = \ln 2$.

2) Montrer que $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.

3) **a)** Montrer que pour tout réel x, $f(x) = x - 1 + 2e^{-x}$.

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

c) Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = -g(x)$. (f' étant la fonction dérivée de f).

4) Recopier et compléter le tableau suivant donnant les variations de f :

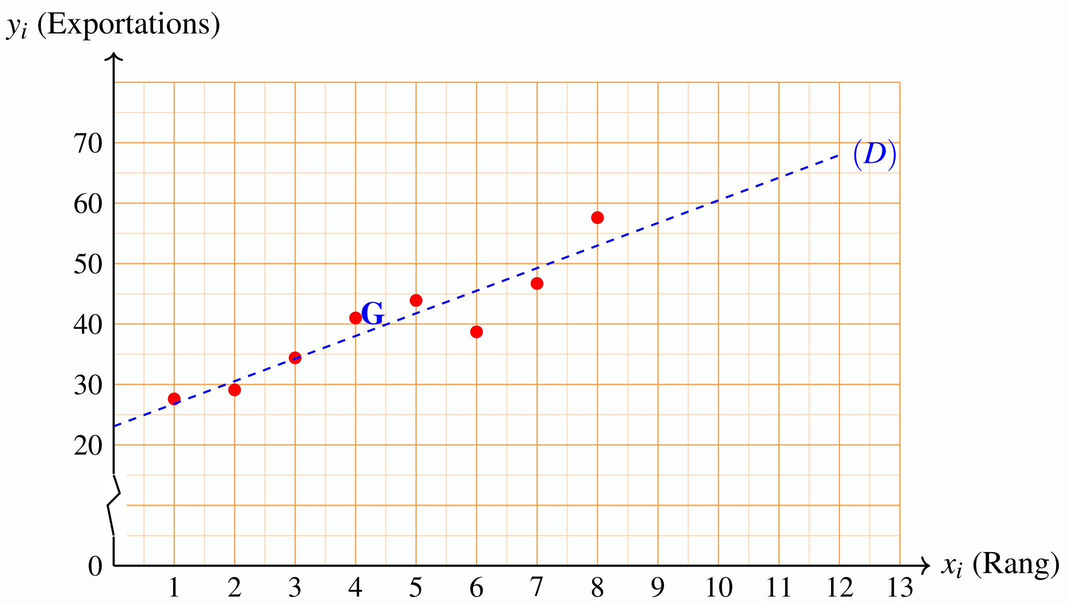
x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

5) On note (C_f) la courbe représentative de f dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.
On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par (C_f) et les droites d'équations $y=x$, $x=0$ et $x=\ln 2$.

a) Montrer que pour tout $x \in [0,\ln 2]$, $|f(x)-x| = g(x)$.

b) Déduire que $\mathscr{A} = 1-\ln(2)$.

Correction : Exercice 1



1) **a)**

b) **Justification de l'ajustement :**
La forme du nuage de points est allongée . Les points sont presque alignés, ce qui justifie d'envisager un ajustement affine entre x et y.

2)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{8} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = \frac{36}{8} = 4{,}5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{8} = \frac{27{,}6+29{,}1+\cdots+57{,}6}{8} = \frac{319}{8} = 39{,}875 \approx 39{,}88$$

Le point moyen est donc $\mathbf{G(4{,}5\ ;\ 39{,}88)}$.

3)

$$r = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \approx 0{,}93$$

4) **a)** **Équation de la droite de régression (D)** $(y = ax+b)$ **:**

$$a = \frac{Cov(X,Y)}{V(X)} \approx 3{,}7357 \implies \mathbf{a \approx 3{,}74}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \approx 23{,}064 \implies \mathbf{b \approx 23{,}06}$$

L'équation de (D) est donc : $\mathbf{y = 3{,}74x + 23{,}06}$.

b) On a : $y > 66$:

$$3{,}74x + 23{,}06 > 66 \iff 3{,}74x > 42{,}94 \iff x > \frac{42{,}94}{3{,}74} \approx 11{,}48$$

Le premier entier qui vérifie cette condition est $x = 12$.

La valeur des exportations dépassera 66 milliards de dinars à partir de l'année **2026**.

Correction : Exercice 2

1) **a)**

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 10 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} 5 & 10 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 - (-6) - 3 = \mathbf{3}$$

Puisque $\det(A) = 3 \neq 0$, alors la matrice **A est inversible**.

b)

$$A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 10 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 6 & 4 & -9 \\ -3 & -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 8 & 10 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$A \times B - A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 1 & 8 & 10 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 10 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \mathbf{3I_3}$$

c) On a $A \times B - A = 3I_3 \implies A(B - I_3) = 3I_3 \implies A \times \left[\frac{1}{3}(B - I_3)\right] = I_3$.
On en déduit que :

$$\mathbf{A^{-1} = \frac{1}{3}(B - I_3)}$$

2) **a)** Le système (S) s'écrit sous la forme $A \times X = C$, soit :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 10 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 \\ 1550 \\ 800 \end{pmatrix}$$

b) $A \times X = C \Leftrightarrow X = A^{-1} \times C$.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \times \begin{pmatrix} 500 \\ 1550 \\ 800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300 \\ 150 \\ 50 \end{pmatrix}$$

La solution est donc $\mathbf{x = 300}$, $\mathbf{y = 150}$ et $\mathbf{z = 50}$.

3) **a)**
- Le nombre total de cartes est 500 : $\implies \mathbf{a + b + c = 500}$
- Le prix d'achat total est 1705 DT : $\implies \mathbf{1{,}1a + 5{,}5b + 11c = 1705}$
- Le gain par carte est : $C_1 : (1{,}2 - 1{,}1) = 0{,}1$ DT ; $C_2 : (5{,}7 - 5{,}5) = 0{,}2$ DT ; $C_3 : (11{,}4 - 11) = 0{,}4$ DT.
- Le gain total est de 80 DT : $\implies \mathbf{0{,}1a + 0{,}2b + 0{,}4c = 80}$

Ce qui justifie le système proposé.

b) **Nombre de cartes de chaque type :** Si on multiplie la troisième équation par 10, on obtient : $a+2b+4c=800$.
Le système devient alors exactement équivalent au système (S) de la question 2, en remplaçant x,y,z par a,b,c. D'après les résultats précédents : **300** cartes de type C_1, **150** cartes de type C_2 et **50** cartes de type C_3.

Correction : Exercice 3

1) **a)** .

Sommet	A	B	C	D	E	F
Degré	**2**	**3**	**4**	**4**	**3**	**4**

b) (G) est connexe . les sommets B et E sont de degré impair (degré 3). Il y a donc exactement 2 sommets de degré impair, ce qui prouve l'existence d'une chaîne eulérienne .

c) . Le graphe (G) possède des sommets de degré impair (B et E), il **n'admet pas** de cycle eulérien.

2) **a)** Les sommets **B, C, D et F** sont tous reliés les uns aux autres. Ils forment donc un sous-graphe complet de (G) d'ordre 4 .

b)
- Le graphe contient un sous-graphe complet d'ordre 4, donc $\gamma(G)\geq 4$.
- Le degré maximum des sommets du graphe est $\Delta=4$. Donc , $\gamma(G)\leq\Delta+1$, soit $\gamma(G)\leq 5$.

D'où : $\mathbf{4\leq\gamma(G)\leq 5}$.

c) .

Sommet	C	D	F	B	E	A
Degré	**4**	**4**	**4**	**3**	**3**	**2**
couleur	C_1	C_2	C_3	C_4	C_1	C_2

Il est tout à fait possible de colorier l'intégralité du graphe avec 4 couleurs. Par conséquent, $\mathbf{\gamma(G)=4}$.

3) **a)** **Coefficient a_{52} et interprétation :** Le coefficient a_{52} correspond à l'intersection de la ligne 5 (sommet E) et la colonne 2 (sommet B). Puisqu'il n'y a pas d'arête entre E et B dans le graphe, $\mathbf{a_{52}=0}$.
Interprétation : Les élèves représentés par E et B **ne sont pas amis** sur le réseau social.

b)

$$M=\begin{pmatrix}\mathbf{0}&\mathbf{0}&\mathbf{1}&\mathbf{0}&\mathbf{1}&\mathbf{0}\\ \mathbf{0}&\mathbf{0}&\mathbf{1}&\mathbf{1}&\mathbf{0}&\mathbf{1}\\ 1&1&0&\mathbf{1}&\mathbf{0}&\mathbf{1}\\ 0&1&1&0&\mathbf{1}&\mathbf{1}\\ 1&0&0&1&0&\mathbf{1}\\ 0&1&1&1&1&0\end{pmatrix}$$

c) **Nombre minimal de journées :** Ce problème revient à chercher le nombre chromatique du graphe (des amis adjacents ne peuvent pas avoir la même couleur/journée). Comme calculé à la question 2.c, $\gamma(G)=4$.
Il faut donc un minimum de **4 journées** pour exposer les six projets.

Correction : Exercice 4

I.

1) La courbe (C_g) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse $\ln 2$. Donc $\mathbf{g(\ln 2) = 0}$.

2)
- Pour $x \in]-\infty, \ln 2[$, la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses : $\mathbf{g(x) > 0}$.
- Pour $x = \ln 2$, $\mathbf{g(x) = 0}$.
- Pour $x \in]\ln 2, +\infty[$, la courbe est en dessous de l'axe des abscisses : $\mathbf{g(x) < 0}$.

II.

1) $f(0) = -1 + \frac{0 \cdot e^0 + 2}{e^0} = \mathbf{1}$ $\quad f(\ln 2) = -1 + \frac{(\ln 2)e^{\ln 2} + 2}{e^{\ln 2}} = \mathbf{\ln 2}$

2) On a $f(x) = -1 + \frac{xe^x + 2}{e^x} = e^{-x}(e^x + xe^x + 2)$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} e^{-x}(e^x + xe^x + 2) = (+\infty) \times (0 + 0 + 2) = +\infty$

3) a) Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = -1 + \dfrac{xe^x}{e^x} + \dfrac{2}{e^x} = -1 + x + 2e^{-x} = \mathbf{x - 1 + 2e^{-x}}$

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x - 1 + 2e^{-x} = (+\infty) - 1 + 0 = +\infty$

c) f est dérivable sur $\mathbb{R}$. $f'(x) = 1 + 0 + 2(-e^{-x}) = 1 - 2e^{-x} = -(1 - 2e^{-x}) = -g(x)$

$$\mathbf{f'(x) = -g(x)}$$

4) Le signe de $f'(x)$ est opposé à celui de $g(x)$.
- Sur $]-\infty, \ln 2[$, $g(x) > 0 \implies f'(x) < 0$.
- Sur $]\ln 2, +\infty[$, $g(x) < 0 \implies f'(x) > 0$.

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		$\ln 2$		$+\infty$

5) a) Pour $x \in [0, \ln 2]$: $f(x) - x = (x - 1 + 2e^{-x}) - x = 2e^{-x} - 1 = g(x)$. Sur l'intervalle $[0, \ln 2]$, la fonction $g(x) \geq 0$ Donc,

$$\mathbf{|f(x) - x| = |g(x)| = g(x)}$$

b) $\mathscr{A} = \displaystyle\int_0^{\ln 2} |f(x) - x|\,\mathrm{d}x = \int_0^{\ln 2} g(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\ln 2} (2e^{-x} - 1)\,\mathrm{d}x = \left[-2e^{-x} - x\right]_0^{\ln 2}$

$\mathscr{A} = (-2e^{-\ln 2} - \ln 2) - (-2e^0 - 0) = (-1 - \ln 2) - (-2) = 1 - \ln 2$

$$\mathscr{A} = \mathbf{1 - \ln 2} \text{ u.a.}$$