

RÉPUBLIQUE GABONAISE

Union – Travail – Justice

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE – OFFICE DU
BACCALAURÉAT
ANNÉE SCOLAIRE 2025-2026 – BAC BLANC SÉRIE B

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures / Coefficient : 3

L'usage de la calculatrice est autorisé. Le candidat traitera tous les exercices.

Auteur : Gildas MBA OBIANG, Agrégé de Mathématiques

EXERCICE 1 : Analyse combinatoire et calcul intégral (4 pts)

- Dénombrement** : Déterminer le nombre d'anagrammes du mot « GABON ». Combien d'entre eux commencent par une consonne ?
- Primitives** : Déterminer la primitive F de $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ telle que $F(1) = 5$.
- Équations** : Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$.

EXERCICE 2 : Suites numériques et modélisation économique (5 pts)

Une PME gabonaise spécialisée dans l'agro-industrie réalise un chiffre d'affaires mensuel de 500 000 FCFA en janvier 2024. Les prévisions tablent sur une progression constante de 8% par mois pour l'année 2024. On note u_0 le chiffre d'affaires de janvier 2024 et u_n celui du $(n + 1)$ -ième mois.

- Nature de la suite** :
 - Justifier que (u_n) est une suite géométrique. Préciser u_0 et la raison q .
 - Exprimer u_n en fonction de n .
- Analyse financière** : Calculer $S_{11} = \sum_{k=0}^{11} u_k$. Interpréter cette valeur comme le chiffre d'affaires cumulé sur l'année 2024.
- Analyse prévisionnelle** : En 2025, le taux de croissance chute à 5%. En conservant u_{11} comme base, déterminer le mois de 2025 où le CA mensuel dépassera 1 000 000 FCFA.

EXERCICE 3 : Statistique Double – Analyse de la Zone de Nkok (5 points)

Le tableau suivant présente, pour 6 entreprises de la ZES de Nkok, les investissements annuels en infrastructures (x , en mds FCFA) et le taux de croissance du secteur (y , en %).

Entreprise (i)	1	2	3	4	5	6
Investissement x_i	10	20	30	40	50	60
Croissance y_i	3,2	4,5	5,1	6,8	7,5	9,2

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$.
2. Calculer \bar{x} , \bar{y} et la covariance $\text{Cov}(X, Y)$.
3. Déterminer l'équation de la droite de régression $y = ax + b$ (moindres carrés).
4. Estimer le taux de croissance pour un investissement de 80 milliards.

PROBLÈME – OPTIMISATION ÉCONOMIQUE D'UNE UNITÉ DE TRANSFORMATION (10 points)

Contexte Gabonais : Une unité industrielle située dans la Zone Économique Spéciale (ZES) de Nkok transforme des produits forestiers locaux. La direction cherche à optimiser ses coûts de production pour rester compétitive sur le marché sous-régional (CEMAC). Le coût marginal de production unitaire, tenant compte des contraintes logistiques et des investissements technologiques, est modélisé par :

$$f(x) = x + 2 - \frac{3 \ln x}{x}$$

où x représente la quantité de bois transformé (en milliers de tonnes) et $f(x)$ le coût marginal (en millions de FCFA par millier de tonnes).

Partie A – Analyse asymptotique

1. Étudier les limites en 0^+ et $+\infty$. Interpréter la limite en 0^+ .
2. Démontrer que $(D) : y = x + 2$ est asymptote oblique en $+\infty$. Étudier la position relative.

Partie B – Optimisation de la production

1. Montrer que $f'(x) = \frac{x^2 - 3 \ln x - 3}{x^2}$.
2. Étudier $g(x) = x^2 - 3 \ln x - 3$ pour montrer que $f'(x) = 0$ admet une unique solution α .

Partie C – Seuil de rentabilité (CEMAC)

1. Pour un prix de vente $P = 4$ (millions de FCFA), montrer par le TVI qu'il existe une production minimale $\beta \in]0, 5; 1[$ telle que $f(\beta) = P$.