MESRSFP

BACCALAURÉAT
COEFF. : 4

REPUBLIQUE DU TCHAD
Office National des Examens et Concours du Supérieur
الهيئة الوطنية للامتحانات والمسابقات العالية

MENBPC
الشهادة الثانوية
DUREE : 4 H

SESSION 2026 دورة

MATHÉMATIQUES
SÉRIE D

7pts

EXERCICE 1 : Soit P le polynôme à variable complexe z définie par : $P(z) = z^3 - (2+3i)z^2 + (-1+5i)z - 2i(1+i)$.

1. a) Déterminer une racine réelle notée z_0 de l'équation $P(z) = 0$. 1,0
   b) Mettre $P(z)$ sous la forme $P(z) = (z - z_0)(z^2 + az + b)$ où a et b, des nombres complexes à déterminer. 1
   c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. On notera z_1 et z_2 les deux autres racines telles que $|z_1| < |z_2|$. 1
2. On pose $q = 1 + i$. On désigne par (U_n) la suite de premier terme $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = qU_n$; $n \in \mathbb{N}$.
   a) Vérifier que U_0, U_1 et U_2 sont racines de $P(z)$. 0,5
   b) Exprimer U_n en fonction de n et q. 0,5
   c) En déduire la forme trigonométrique de U_n. 0,5
3. On désigne par M_n, le point d'affixe U_n.
   a) Démontrer que, quel que soit $n \in \mathbb{N}$, les trois points O, M_n et M_{n+1} sont alignés. 0,5
   b) Démontrer que, quel que soit $n \in \mathbb{N}$, le triangle OM_nM_{n+2} est rectangle. 0,5
4. a) Déterminer les valeurs de n pour que U_n soit un réel positif. 0,5
   c) Déterminer les valeurs de n pour que U_n soit imaginaire pure. 0,5
5. Quel est l'ensemble des points M du plan complexe dont l'affixe z vérifie : $z\bar{z} + 3z + 3\bar{z} - 7 = 0$? 0,5

EXERCICE 2 : Une urne contient 12 boules dont n noires et les autres blanches. Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

5pts

1. On suppose $n = 5$ et on tire, sans remise et successivement, 2 boules de l'urne.
   a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants : 0,5
   A : « la première boule tirée est noire et la seconde est blanche ». 1
   B : « les deux boules tirées sont blanches ». 1
   b) On répète l'épreuve 6 fois en remettant, à l'issue de chaque épreuve, les 2 boules tirées dans l'urne. On considère la variable aléatoire réelle X prenant pour valeur le nombre de réalisations de l'événement A. Déterminer la loi de probabilité de X ainsi que son espérance mathématique E(X). 1,5
2. Dans cette question, on suppose $n \geq 2$.
   a) Exprimer, en fonction de n, la probabilité p_n de l'événement A. 0,5
   b) Déterminer n pour que p_n soit maximale. 0,5

PROBLEME

5pts

A. Soit la fonction numérique f définie par : $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ et (C) sa courbe dans le repère $(O, \vec{I}, \vec{J})$. Unité 2 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f. 0,5
2. Démontrer que (C) admet deux asymptotes dont-on précisera les équations. 1
3. Calculer $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f. 1 = 0,5 + 0,5
4. a) Démontrer que (C) admet un point d'inflexion I dont-on déterminera les coordonnées. 0,5
   b) Donner l'équation de la tangente (T) à (C) au point I. 0,75
   c) Etudier la position de (C) par rapport à (T). 0,25
5. Tracer (C) et (T) dans le même repère $(O, \vec{I}, \vec{J})$ du plan. 0,5
6. a) A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale $I = \int_{-\frac{1}{2}}^{0} f(x)dx$. 0,5
   b) Calculer, en cm^2, l'aire de la partie du plan limitée par (C), (T) et la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$. 0,5

B. Soit h la fonction numérique de $x \in \mathbb{R}$ définie sur $\left[0 ; \frac{1}{2}\right]$ par $h(x) = \frac{1}{2} f(\cos x)$ où f est la fonction définie en A.

3pts

1. Vérifier que h est la primitive qui s'annule en $\frac{\pi}{2}$ de la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sin x}$. 0,5
2. Calculer l'intégrale $K = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x} dx$. 0,5
3. Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $U_n = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^n x}{\sin x} dx$.
   a) Calculer U_0 et U_1. 0,25 + 0,25 = 0,5
   b) Calculer l'intégrale $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \sin x \, dx$. 0,5
   c) En déduire l'expression de $U_n - U_{n+2}$ en fonction de n puis calculer U_2, U_3, U_4, U_5. 0,25 × 4 = 1