Ministère de l'Éducation Nationale		République du Mali
Centre National des Examens et Concours de l'Éducation		Un Peuple-Un But-Une Foi
EXAMEN : Baccalauréat		BAC 2026
Série: TSE-STI		SESSION : Juin 2026
Épreuve: Mathématiques	Durée: 4 heures	Coefficient: 4

Exercice 1……………………………………………………………………………..4 pts

A. On considère les équations différentielles : $(E): y'' + 2y' + 2y = 4\cos 2x - 2\sin 2x$ et $(E'): y'' + 2y' + 2y = 0$.

1. Intègre l'équation (E').

2. Détermine les réels a et b pour que la fonction définie sur R par : $g(x) = a\sin 2x + b\cos 2x$ soit solution de (E).

3. Démontre qu'une fonction f est solution de $(E) \Leftrightarrow f - g$ est solution de (E').

4. Déduis-en toutes les solutions de (E).

5. a. Vérifie que $f(x) = \sin 2x + e^{-x}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ est l'unique solution de (E) dont la courbe admet au point $B\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ une tangente de coefficient directeur 2.

b. Retrouve l'ensemble des primitives F de f en fonction de f et f'.

B. Le plan complexe est muni du repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On considère l'équation $(H): z^2 - 2^{\alpha+1}\cos\alpha z + 2^{2\alpha} = 0$ avec $\alpha \in]-\pi, \pi[$.

1. Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation (H) puis écris les solutions sous-forme exponentielles.

2. Soient A et B les points images des solutions de l'équation (H) dans le plan complexe. Détermine α pour que le triangle AOB soit équilatéral.

Exercice 2……………………………………………………………………………..7 pts

Soit la somme $s_n = 1 + 4 + 7 + ... + (3n+1)$.

En 2012, un groupe de 1000 homme révolta contre les autorités légitimes. Les autorités ont engagé des négociations qui se sont soldées par une issue heureuse. Dès lors, chaque mois**,** 50% de ces hommes sont insérés dans la vie professionnelle, et par ailleurs 120 autres hommes adhèrent au groupe des 1000 hommes.

Une urne contient $n+3$ enveloppes avec $n \in \mathbb{N}$. Deux des enveloppes contiennent chacune 5000 F, une seule enveloppe contient 10000F et les n enveloppes sont vides. On tire simultanément deux enveloppes au hasard et on note X la variable aléatoire associée et $E(X) = 8000$ son espérance mathématique.

1. Démontre par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, s_n = \frac{1}{2}(3n^2 + 5n + 2)$.

2. Détermine le nombre restant de ces hommes non insérés dans la vie professionnelle au bout de 30 ans.

3. Détermine le nombre d'enveloppes.

Problème………………………………………………………………………..9 pts

Désignons par f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto f(x) = \frac{1}{2}x + 1 - \frac{4x}{\sqrt{1+x^2}}$ et par (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni du repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

A. Soit la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto g(x) = \frac{1}{2}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} - 4$.

1. Etudie les variations de g et dresse son tableau de variations sur $\mathbb{R}$.
2. Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.
3. Calcule $g(-\sqrt{3})$ et $g(\sqrt{3})$. Déduis-en le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

B.

1. Calcule les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
2. Détermine les droites (Δ) et (Δ'), asymptotes à la courbe (C_f) aux voisinages respectifs de $-\infty$ et $+\infty$.
3. a. Calcule la fonction dérivée de la fonction f.

   b. Etudie les variations de la fonction f.
4. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet 3 solutions dans $\mathbb{R}$ dont l'une, notée α, dans $[0,1]$. Donne un encadrement de α d'amplitude $0{,}1$.
5. Construis (C_f) et ses asymptotes.
6. On pose $A(\lambda) = \int_0^{\lambda} \left(4 - \frac{4x}{\sqrt{1+x^2}}\right)dx$ avec $\lambda \in]0,+\infty[$.

a. Interprète géométriquement $A(\lambda)$.

b. Exprime $A(\lambda)$ en fonction de λ.

c. Calcule $\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$.