

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE (MENFP)
FILIÈRE D'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL
EXAMENS DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES
MATHÉMATIQUES
SÉRIE : SVT
(CORRECTUM TEXTE MODÈLE)

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit 2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

N.B : Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité éventuellement à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter correctement chacune des 10 phrases suivantes. (40 pts : 5 pts par question).

- 1) L'ensemble des solutions réelles de l'équation $\ln x + \ln(x - 1) = \ln 6$ est **$S = \{3\}$**
- 2) Soit la fonction numérique f de variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. Sa valeur moyenne μ sur l'intervalle $[0; 3]$ est **$\mu = 3$**
- 3) L'expression du terme général de la suite (W_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} W_0 = 5 \\ W_n = W_{n-1} + 2 \end{cases}$ est **$W_n = 5 + 2n$**
- 4) Une population de bactéries double toutes les heures. Si, au départ ($t = 0$), il y a 100 bactéries, le nombre de bactéries au bout de 6 heures est alors **$n = 6\,400$ bactéries**
- 5) Dans un repère du plan, on considère les points $A(-1, 2)$, $B(-2, 1)$ et $C(-3, 6)$. Le centre de gravité du triangle ABC est le point G de coordonnées $(-2; 3)$.
- 6) Soit z un nombre complexe tel que $z = -5e^{i\frac{\pi}{4}}$. La valeur exacte de la partie imaginaire de z est **$-\frac{5\sqrt{2}}{2}$**
- 7) On tire successivement et avec remise trois cartes d'un jeu de 32 cartes. La probabilité d'obtenir trois as est donc **$p = 0,00195$**
- 8) Soit A et B deux événements d'un espace probabilisé fini $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), p)$.
Si $p(A) = 0,2$; $p(B) = 0,6$ et $p_B(A) = 0,4$; alors $p(A \cap B)$ est égal à **$0,24$**
- 9) Le coefficient de corrélation linéaire entre les variables d'une série bivariable prend ses valeurs exclusivement dans l'intervalle **$J = [-1; 1]$**
- 10) Pour une série de statistique à deux variables x et y , si l'équation de la droite de régression de y en x est $y = 1,5x + 0,5$, et si 9 est la valeur de la covariance entre les deux variables, on a alors **$\text{var}(x) = 6$**

PARTIE B.-Traiter trois (3) des cinq (5) exercices. (60 pts)

1. f est la fonction numérique de variable réelle x définie par : $f(x) = e^x - x$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal
- a) Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}$.
- b) Étudier les limites de f aux bornes des intervalles de son domaine de définition.
- c) Étudier le sens de variation de f .
- d) Construire la courbe (C).

2. Un réservoir contient 70 m^3 d'eau. On enlève chaque jour 5 % de l'eau qu'elle contient. Soit V_n le nombre de litres d'eau retirée au bout de n jours.
- a) Déterminer V_2 et V_3 .
- b) En déduire la nature de la suite (V_n) , puis exprimer V_n en fonction de n .
- c) En déduire V_{10} au dixième près.
- d) Après combien de jours le réservoir restera-t-il moins de la moitié de sa contenance ?
3. Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, on considère l'équation (E) suivante :
- $(E): z^3 - (6-i)z^2 + (11-5i)z - 6 + 6i = 0$
- a) Montrer que $z_0 = 2$ est une solution de (E).
- b) Déterminer les nombres complexes a , b et c , sachant que :
- $(z-2)(az^2 + bz + c) = z^3 - (6-i)z^2 + (11-5i)z - 6 + 6i$
- c) En déduire z_1 et z_2 , les deux autres solutions de l'équation (E).
- d) On désigne par M , N et P les images respectives de z_0 , z_1 et z_2 . Déterminer l'affixe de l'isobarycentre G des points M , N et P .
4. Une boîte contient six jetons blancs et deux jetons noirs. On extrait au hasard et simultanément 2 jetons.
- a) Calculer la probabilité d'obtenir deux jetons de la même couleur.
- b) Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de jetons noirs restants dans la boîte.
- 1) Déterminer la loi de probabilité de X .
- 2) Calculer son espérance mathématique.
- 3) Déterminer la fonction de répartition F de X .
5. Jean et Myriame étudient l'évolution du chiffre d'affaire (C.A) de leur boutique sur les 6 dernières années. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Années	2020	2021	2022	2023	2024	2025
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
C.A : y_i (en milliers gourdes)	91	92	99	102	106	110

Myriame décide de réaliser une estimation du C.A à l'aide d'un ajustement affine.

- a) Représenter le nuage de points (x_i, y_i) associé à cette série.
- b) Calculer les coordonnées du point moyen G_1 des 4 premiers points et G_2 , celui des 2 derniers points.
- c) A l'aide d'un ajustement de la droite (G_1G_2) , donner une estimation du C.A en 2030.
- d) Jean estime qu'il faudra embaucher du personnel quand le chiffre d'affaire dépassera 100 mille gourdes. En utilisant l'ajustement affine par la droite (G_1G_2) , déterminer en quelle année cette embauche pourra avoir lieu.