Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

R. C. I. - M. E. N. E. T. F. P. * Direction des Examens et Concours * R. C. I. - M. E. N. E. T. F. P. * Direction des Examens et Concours

BACCALAURÉAT
SESSION 2018

Coefficient : 5
Durée : 4 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE C

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont également autorisées.

EXERCICE 1

L'unité graphique est le centimètre.
Dans le plan orienté, on considère un losange OABC tel que :

$$OA = 7 \text{ et } Mes(\widehat{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}}) = \frac{\pi}{3}.$$

E est le point du segment [OB] tel que : OE = OA.
F est le point de la demi-droite [OC) tel que : CF = EB et C∈[OF].
On désigne par I, J, K et L les milieux respectifs des côtés [OA], [AB], [BC] et [OC].
On désigne par (Δ) la médiatrice du segment [OA] et par (Δ') celle de [BC].

1. Fais une figure.

2. *a*) Justifie que les droites (Δ) et (Δ') sont parallèles.
   b) Justifie que le triangle OAC est équilatéral.
   c) Justifie que : OB = OF.

3. Soit R_1 la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{6}$ et R_2 la rotation de centre A et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$.
   On pose : $f = R_1 o R_2$.
   a) Détermine $f(O)$ et $f(A)$.
   b) Démontre que f est une rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
   c) Déduis de ce qui précède que : (EF) ⊥ (OA) et EF = OA.
   d) Construis le centre Ω de f.

4. *a*) Justifie qu'il existe une isométrie g et une seule telle que : $g(O) = A$, $g(A) = C$ et $g(C) = B$.
   b) Justifie que g est un antidéplacement.
   c) Démontre que g est une symétrie glissée.

5. Dans cette partie, on se propose de caractériser la symétrie glissée g.
   Soit R la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{3}$ et S la symétrie orthogonale d'axe (Δ).
   a) Démontre que : $g = RoS$.
   b) Détermine l'axe de la symétrie orthogonale S_1 telle que : $R = S_{(AB)} o S_1$.
   c) Déduis de ce qui précède que : $g = S_{(AB)} o t_{\vec{u}}$ où $\vec{u}$ est un vecteur que l'on caractérisera.
   d) En utilisant la relation $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{JB}$, détermine les éléments caractéristiques de g.

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

EXERCICE 2

Dans tout cet exercice, n est un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2.

1. Démontre que n et $2n + 1$ sont premiers entre eux.

2. On pose : $A = n + 3$, $B = 2n + 1$ et $d = \text{PGCD}(A ; B)$.
   a) Calcule $2A - B$ et déduis-en les valeurs possibles de d.
   b) Démontre que A et B sont multiples de 5 si et seulement si $n - 2$ est multiple de 5.
   c) Soient $S = n^3 + 2n^2 - 3n$ et $P = 2n^2 - n - 1$.
   Justifie que S et P sont divisibles par $n - 1$.

3. On pose : $\delta = \text{PGCD}\,(n(n + 3) ; 2n + 1)$.
   a) Démontre que d divise δ.
   b) Démontre que δ et n sont premiers entre eux.
   c) Déduis des questions 3-*a*) et 3-*b*) que δ est égal à d.
   d) Détermine le PGCD(S ; P) en fonction de n.

4. Détermine PGCD(S ; P) pour $n = 2016$ puis pour $n = 2017$.

PROBLÈME

Soit n un entier naturel non nul et g_n la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$g_n(t) = (-\frac{2}{t} + \ln t)^n$.

On note (C_n) la courbe représentative de g_n dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J). Unités graphiques : OI = 2 cm et OJ = 0,5 cm.

Partie A

1. *a*) Calcule la limite de g_1 en 0.
   b) Interprète graphiquement ce résultat.

2. *a*) Calcule la limite de g_1 en $+\infty$.
   b) Justifie que (C_1) admet une branche parabolique de direction celle de (OI) en $+\infty$.

3. On suppose que g_1 est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.
   a) Démontre que g_1 est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$.
   On admet que l'équation $t \in]0 ; +\infty[$, $g_1(t) = 0$ admet une solution unique α telle que : $2{,}3 < \alpha < 2{,}4$.
   b) Justifie que l'équation $t \in]0 ; +\infty[$, $g_1(t) = 1$ admet une solution unique β telle que : $4{,}3 < \beta < 4{,}4$.

4. Soit t un nombre réel strictement positif.
   Démontre que :
   a) $g_1(t) < 0 \Leftrightarrow t \in]0 ; \alpha[$;
   b) $g_1(t) > 0 \Leftrightarrow t \in]\alpha ; +\infty[$.

Partie B

Dans cette partie, on suppose que n est supérieur ou égal à 2.

1. *a*) Calcule $\lim\limits_{t \to +\infty} g_n(t)$.

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

b) Démontre que : $\lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{g_n(t)}{t} = 0$ (*On pourra poser :* $x = t^{\frac{1}{n}}$).

c) Interprète graphiquement les résultats précédents.

2. On suppose que n est pair.

a) Calcule $\lim\limits_{t \to 0} g_n(t)$.

b) Interprète graphiquement ce résultat.

3. On suppose que n est impair.

a) Calcule $\lim\limits_{t \to 0} g_n(t)$.

b) Soit t un nombre réel strictement positif.

Justifie que :

i) $g_n(t) < 0 \Leftrightarrow t \in]0\,;\alpha[$;

ii) $g_n(t) > 0 \Leftrightarrow t \in]\alpha\,;+\infty[$.

(On pourra utiliser la question 4 de la partie A).

4. On suppose que pour tout entier naturel n supérieur ou à 2, g_n est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et on désigne par g'_n sa fonction dérivée.

a) Démontre que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 et pour tout nombre réel strictement positif t, $g'_n(t) = n\,g'_1(t) \times g_{(n-1)}(t)$.

b) Étudie suivant la parité de n, le signe de g'_n sur $]0\,;+\infty[$.

c) Dresse suivant la parité de n, le tableau de variation de g_n.

Partie C

Soient n et p deux entiers naturels non nuls et t un nombre réel strictement positif.

1. *a*) Exprime $g_{(n+p)}(t)$ en fonction de $g_n(t)$ et $g_p(t)$.

b) Déduis de ce qui précède que : $g_{(n+p)}(t) - g_n(t) = (g_p(t) - 1) \times g_n(t)$.

Dans toute la suite du problème, on suppose que n est pair.

2. Justifie que :

a) (C_n) est au-dessus de (C_{n+1}) sur $]0\,;\beta[$;

b) (C_n) est au-dessous de (C_{n+1}) sur $]\beta\,;+\infty[$.

(On pourra utiliser la question 3 de la partie A).

3. Construis (C_2) et (C_3) dans le même repère (O, I, J).

On prendra : $\alpha = 2{,}35$ *et* $\beta = 4{,}35$.

4. Soit A_n l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par (C_n), (C_{n+1}) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

a) Justifie que, pour tout entier naturel n pair et non nul, $A_n = \displaystyle\int_1^2 (1 - g_1(t)) \times g_n(t)\,\mathrm{d}t$.

b) À l'aide d'une intégration par parties, calcule $\displaystyle\int_1^2 (1 - g_1(t))\,\mathrm{d}t$.

c) Démontre que pour tout entier naturel n pair et non nul, $2g_n(2) \leq A_n \leq 2g_n(1)$.

d) Déduis de ce qui précède que pour tout entier naturel n pair et non nul, $2(1 - \ln 2)^n \leq A_n \leq 2^{n+1}$.

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

REPUBLIQUE DE CÔTE D'I
Union – Discipline – Tra

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE
ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

BACCALAUREAT – SESSION 2018

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DATE :** 03/07/2018 **HEURE :** 08

SERIE(S) : C

CORRIGE ET BAREME

CORRIGE	BAREME
Ce barème est national. Il ne peut être modifié.	
Certaines réponses ont été rédigées à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée.	
Le Correcteur devra tenir compte de la démarche qui conduit au résultat.	
A un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié, on accordera la moitié des points sauf pour une question notée sur 0,25, dans ce cas, on attribuera 0.	
Toute faute sera sanctionnée une seule fois. En conséquence, on appréciera les réponses en fonction des résultats précédents, même si ces résultats intermédiaires sont faux.	

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 1 (5 points)	
1°) voir figure (ANNEXE 1)	0,5 pt
2°) ⓐ justification correcte	0,25 pt
ⓑ $\begin{cases} OA = OC \\ (\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \end{cases}$ OAC équilatéral	0,25 pt
ⓒ $\begin{cases} C \in [OF] \text{ et } E \in [OB] \\ OB = OE + EB \text{ et } OE = OC,\ EB = CF \end{cases}$ donc $\boxed{OB = OF}$	0,25 pt
3°) ⓐ Images $\boxed{\begin{array}{l} f(O) = F \\ f(A) = E \end{array}}$	0,25 pt 0,25 pt
ⓑ f est la composée de deux rotations dont la somme des angles est $-\frac{\pi}{2}$ $\left(-\frac{\pi}{2} \neq 0\right)$ Donc $\boxed{f \text{ est une rotation d'angle } -\frac{\pi}{2}}$	0,25 pt

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

CORRIGE	BAREME
c) Déduction	
f : $O \mapsto F$, $A \mapsto E$; $\begin{cases} OA = FE \\ (\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{FE}}) \equiv -\frac{\pi}{2} \ [2\pi] \end{cases}$	
donc $\boxed{EF = OA \text{ et } (EF) \perp (OA)}$	0,5 ; +0,25
d) Ω intersection des médiatrices des segments [OF] et [AE]	0,25 pt
Voir figure.	
2) a) $\begin{cases} O \neq A \text{ et } A \neq C \\ OA = AC \\ g(C) = B \end{cases}$ donc g existe et est unique.	0,5 pt
b) Justification	
$\begin{cases} g(O) = A \\ g(A) = C \\ g(C) = B \end{cases}$ et $\begin{cases} (\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}) \equiv \frac{\pi}{3} \ [2\pi] \\ (\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}}) \equiv -\frac{\pi}{3} \ [2\pi] \end{cases}$	0,25 pt
Donc $\boxed{g \text{ est un antidéplacement}}$	

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

CORRIGE	BAREME
(c) Démonstration, Démarche correcte	0,25 pt
5°) (a)	
$\begin{cases} R\circ S(O) = A = g(O) \\ R\circ S(A) = C = g(A) \\ R\circ S(C) = B = g(C) \end{cases}$ donc $g = R\circ S$	0,5 pt
(b) axe de S_1	
$R = S_{(AB)} \circ S_1$ donc $\boxed{S_1 = S_{(\Delta')}}$	0,25
(c)	
$g = R\circ S$; $R = S_{(AB)} \circ S_{(\Delta')}$ et $S = S_{(\Delta)}$	
$g = S_{(AB)} \circ S_{(\Delta')} \circ S_{(\Delta)}$ et $S_{(\Delta')} \circ S_{(\Delta)} = t_{\overrightarrow{CB}}$	
donc $\boxed{g = S_{(AB)} \circ t_{\overrightarrow{CB}}}$	0,25 pt
(d) Caractérisation $t_{\overrightarrow{CB}} = t_{\overrightarrow{CJ}} \circ t_{\overrightarrow{JB}}$	
$g = (S_{(AB)} \circ t_{\overrightarrow{CJ}}) \circ t_{\overrightarrow{JB}}$ et $\overrightarrow{CJ} \perp \overrightarrow{AB}$	
de plus $t_{\overrightarrow{CJ}} = S_{(AB)} \circ S_{(IK)}$	
Donc $g = S_{(IK)} \circ t_{\overrightarrow{JB}} = t_{\overrightarrow{JB}} \circ S_{(IK)}$	0,25 pt
axe : (IK) et vecteur $\overrightarrow{JB}$	

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 2 (4 points)	
$n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 2$	
1°) Démonstration	
Démonstration correcte — — — — —	0,5 pt
2°)	
(a) * $2A - B = 5$ — — — —	0,25 pt
* $d \in \{1;5\}$ — — — — —	0,25 pt
(b) Démarche correcte — — — — — —	0,5 pt
(c) Justification	
$S = n(n-1)(n+3)$ — — —	0,25 pt
$P = (n-1)(2n+1)$ — — —	0,25 pt
3°)	
(a) Démonstration	
$d \mid n+3$ d'où $d \mid n(n+3)$	
de plus $d \mid 2n+1$ d'où $d \mid pgcd(n(n+3);2n+1)$	
donc $d \mid \delta$ — — — —	0,5 pt
(b) Démonstration	
Soit $k = pgcd(\delta;n)$; $k \mid \delta$ et $k \mid n$	
or $\delta \mid 2n+1$ d'où $k \mid 2n+1$	

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

CORRIGE	BAREME
ainsi $k \mid pgcd(n;2n+1)$	
d'où $k \mid 1$ donc $k=1$	
conclusion : $\boxed{\delta \text{ et } n \text{ premiers entre eux}}$	0,25 pt
c) Déduction	
$pgcd(\delta;n)=1$ et $\delta \mid n(n+3)$	
d'où $\delta \mid n+3$ (Gauss)	
de plus $\delta \mid 2n+1$ d'où $\delta \mid pgcd(n+3;2n+1)$	
Donc $\delta \mid d$.	
d'après 3-a) $\begin{cases} d \mid \delta \\ \delta \mid d \end{cases}$ donc $\boxed{d=\delta}$	0,25 pt
d) $pgcd(S,P)=(n-1)\,pgcd(n(n+3);2n+1)$	
$\boxed{pgcd(S;P)=d(n-1)=\delta(n-1)}$	0,5 pt
4°) * $n=2016$ $pgcd(S,P)=2015$	0,25 pt
* $n=2017$ $pgcd(S,P)=10080$	0,25 pt

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

CORRIGE

	BAREME
PROBLEME (11 points)	
Partie A	
1°) ⓐ $\lim\limits_{t \to 0} g_1(t) = -\infty$	0,5 pt
ⓑ (OJ) est asymptote à (C_1)	0,5 pt
2°) ⓐ $\lim\limits_{t \to +\infty} g_1(t) = +\infty$	0,5 pt
ⓑ $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{g_1(t)}{t} = 0$	0,5 pt
donc (C_1) admet une branche parabolique de direction (OI)	
3°) ⓐ Justification	
. $\forall t \in]0;+\infty[$, $g_1'(t) = \frac{2}{t^2} + \frac{1}{t}$	0,5 pt
. $\forall t \in]0;+\infty[$, $g_1'(t) > 0$	0,25 pt
donc g_1 est strictement croissante sur $]0;+\infty[$	0,25 pt
ⓑ . g_1 est continue et strictement croissante sur $]0;+\infty[$ et $1 \in]-\infty;+\infty[$ donc l'équation $g_1(t) = 1$ admet une unique solution $\beta > 0$	0,5 pt

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

CORRIGE	BAREME
• $\begin{cases} g_n(4,3) \simeq 0,99 \\ g_n(4,4) \simeq 1,02 \end{cases}$ $\boxed{4,3 < \beta < 4,4}$	0,5 pt
4°) Justification correcte	
ⓐ $g_n(t) < 0 \iff t \in]0;\alpha[$	0,5 pt
ⓑ $g_n(t) > 0 \iff t \in]\alpha;+\infty[$	0,5 pt
Partie B	
1°) ⓐ $\boxed{\lim\limits_{t \to +\infty} g_n(t) = +\infty}$	0,25 pt
ⓑ $\lim\limits_{t \to +\infty} \frac{g_n(t)}{t} = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[-\frac{2}{x^{n+1}} + \frac{x\ln(x)}{x}\right]^n$	
$= 0$	0,25 pt
ⓒ Interprétation	
(C_n) admet une branche parabolique de direction celle de (OI) en $+\infty$	0,25 pt
2°) a pas	
ⓐ $\lim\limits_{t \to 0} g_n(t) = +\infty$	0,25 pt
ⓑ (OJ) est asymptote à la courbe (C_n)	0,25 pt

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

CORRIGE	BAREME
3°) n impair	
(a) $\lim\limits_{t \to 0} g_n(t) = -\infty$	0,25 pt
(b) Pour n impair, $g_n(t)$ a même signe que $g_1(t)$	
D'où les résultats i) et ii)	
i) $g_n(t) < 0 \Leftrightarrow t \in]0;\alpha[$	0,25 pt
ii) $g_n(t) > 0 \Leftrightarrow t \in]\alpha;+\infty[$	0,25 pt
4°)	
(a) Dérivée	
Démonstration correcte	0,25 pt
(b)	
• $\forall t \in]0;+\infty[$, $g_n'(t)$ et $g_{n-1}(t)$ ont même signe	
• Pour $n \geq 2$ et pair donc $(n-1)$ impair	
D'où sur $]0;\alpha[$ $g_n'(t) < 0$	
sur $]\alpha;+\infty[$, $g_n'(t) > 0$	0,25 pt
• Pour $n \geq 2$ et impair donc $(n-1)$ pair	
$g_n'(t) > 0$ sur $]0;+\infty[$	

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

CORRIGE	BAREME

- Pour n pair

t	0		α		$+\infty$
$g_n'(t)$		$-$	0	$+$	
$g_n(t)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

0,25 pt

- Pour n impair

t	t		α		$+\infty$
$g_n'(t)$		$+$	0	$+$	
$g_n(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

0,25 pt

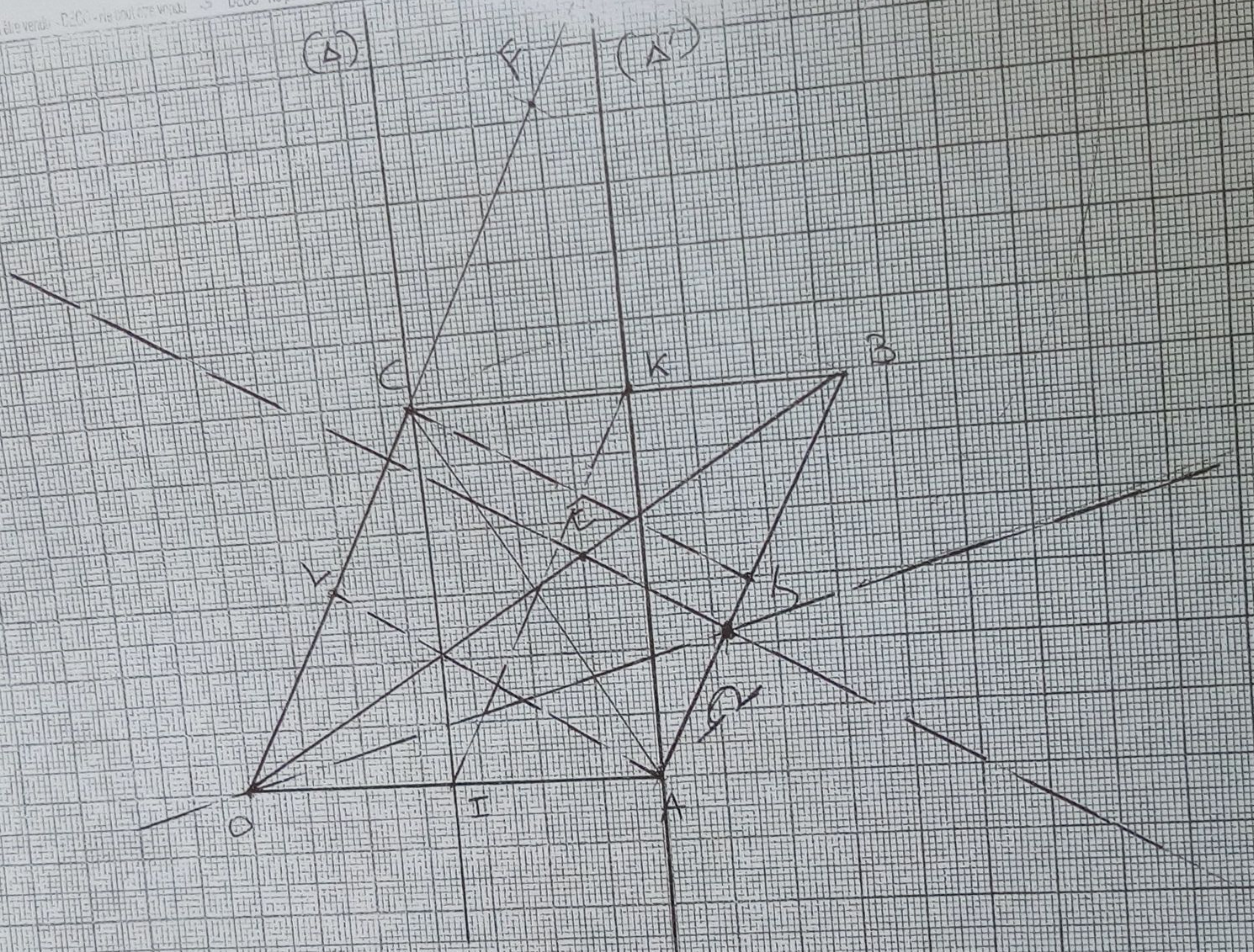
Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

CORRIGE	BAREME
Partie C	
$n \in \mathbb{N}^*$, $p \in \mathbb{N}^*$ $t > 0$	
1°) ⓐ Expression :	
$g_{(n+p)}(t) = g_n(t) \times g_p(t)$ ——→	0,25 pt
ⓑ Déduction correcte ——	0,25 pt
2°) n pair.	
ⓐ Justification	
• $g_{n+1}(t) - g_n(t) = g_n(t) \times (g_1(t) - 1)$	
• $\forall t \in]0;+\infty[$, $g_n(t) > 0$	
De plus $g_1(t) - 1 < 0$ sur $]0;\beta[$	
d'où $g_{n+1}(t) - g_n(t) < 0$	
donc (C_n) au-dessus de (C_{n+1}) sur $]0;\beta[$	0,25 pt
ⓑ sur $]\beta;+\infty[$ $\begin{cases} g_n(t) > 0 \\ g_{n+1}(t) - 1 > 0 \end{cases}$	
$g_{n+1}(t) - g_n(t) > 0$	
(C_n) est au-dessous de (C_{n+1})	0,25 pt

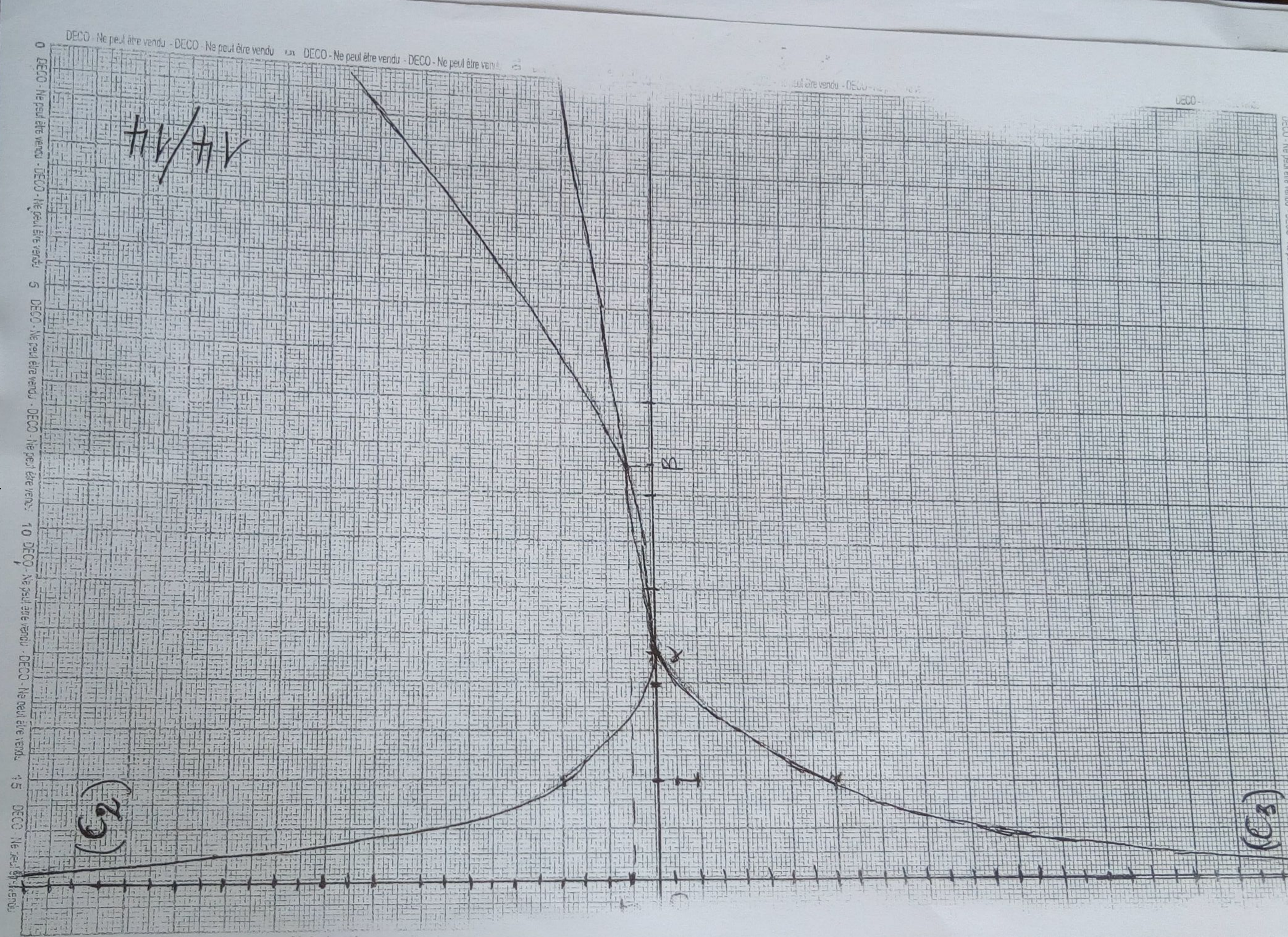
Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

CORRIGE	BAREME
(C_2)	0,5
3°) Construction : Voir Annexe 2 (C_3)	0,5
4°)	
ⓐ Justification	
pour $t \in [1;2]$ on a $t \in]0;\beta[$ d'où (C_n) au-dessus de (C_{n+1})	0,25
donc $A_n = \int_1^2 (1-g_1(t)) \times g_n(t)\, dt$	
ⓑ Calcul	
$\int_1^2 [1-g_1(t)]\,dt = \int_1^2 (1+\frac{2}{t} - \ln t)\, dt$	
et $\int_1^2 \ln t\, dt = [t\ln t - t]_1^2$	0,25 pt
$\int_1^2 (1-g_1(t))\, dt = 2$	
ⓒ Démonstration correcte	
n pair et g_n décroissante sur $[1;2]$	
$\forall t \in [1;2]$ $g_n(2) \leq g_n(t) \leq g_n(1)$	0,25 pt
Donc $2g_n(2) \leq A_n \leq 2g_n(1)$	
ⓓ Justification correcte	0,25 pt

Annexe 1 (Exercice 1)



DECO - Ne peut être vendu
Fomesoutra.com Docs à portée de main



DECO - Ne peut être vendu