

**CALCUL DES LIMITES**

➔ **EXERCICE 1** Calculer les limites suivantes :

- 1)  $\lim_{x \rightarrow 5} \left( \frac{x^2 - 7x + 10}{2x - 10} \right)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^3 - 8}{x^2 - 7x + 10} \right)$   
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} \left( \frac{2x - 10}{x^2 - 8x + 15} \right)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \left( \frac{2x - 10}{x^2 - 8x + 15} \right)$   
 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 5x + 4} \right)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x+3} + \sqrt{x} - 3}{x^2 - 1} \right)$   
 $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{\sqrt{x+5} - 3}{\sqrt{8-x} - 2} \right)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{x} - 1}{|x+2| - 6} \right)$

➔ **EXERCICE 2** Déterminer dans chacun des cas suivants le domaine de définition de la fonction f puis étudier ses limites en  $+\infty$  et  $-\infty$

- 1)  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1}$       4)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{2x + 1}$   
 2)  $f(x) = \frac{2 - x}{x^2 + 2x - 3}$       5)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} - 3x$   
 3)  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 3x}$       6)  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x} + x$

➔ **EXERCICE 3**

On considère la fonction  $f_m$  de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par :

$$f_m(x) = \frac{(m-2)x^3 + 3mx^2 - 4x - 6}{x^2 - 1}$$

Où m est un paramètre réel

- 1) Etudier suivant le paramètre m la limite de  $f_m$  en  $+\infty$   
 2) Etudier suivant le paramètre m la limite de  $f_m$  en 1

➔ **EXERCICE 4**

- 1) Calculer les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{3x^2 - 5x}$   
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - \cos^2(x)}{x^2 + x^4}$        $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\tan^2(\pi x)}$   
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin(2x) - \cos(x)}{1 - \sin\left(\frac{x}{2}\right) - \cos(x)}$        $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(2x)}{1 - \cos^3(x)}$

2) Montrer que :  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{2x - \pi} = -\frac{1}{2}$

(On pourra utiliser le changement de variable  $y = x - \frac{\pi}{2}$ )

3) Montrer que :  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sin(\pi x) - \cos(\pi x)}{4x - 1} = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}$  (On

pourra utiliser le changement de variable  $y = x - \frac{1}{4}$ )

4) Montrer que :  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\sin(x) - 1}{2\cos(x) - \sqrt{3}} = -\sqrt{3}$  (On pourra

utiliser le changement de variable  $y = x - \frac{\pi}{6}$ )

5) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \tan\left(\frac{\pi}{x}\right)$

On pourra utiliser le changement de variable  $y = \frac{1}{x}$

**ASYMPTOTES ET BRANCHES INFINIES**

➔ **EXERCICE 5** Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{x^2 - 8x + 16}{2x - 4}$$

On désigne par  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère cartésien  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout  $x \neq 2$ ,  $f(x) = ax + b + \frac{c}{2x - 4}$ . En déduire que la courbe  $\mathcal{C}$  admet aux voisinages de  $+\infty$  et  $-\infty$  une asymptote oblique  $\Delta$  dont on précisera l'équation réduite  
 2) Montrer que la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $x = 2$  est asymptote verticale à la courbe  $\mathcal{C}$   
 3) Tracer la courbe  $\mathcal{C}$  en admettant que les variations de f sont données par le tableau ci-dessous

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
f(x)	$-\infty$	-4	$+\infty$	0	$+\infty$

➔ **EXERCICE 6** On considère la fonction g

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 13}$$

On désigne par  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère cartésien  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) Montrer que la fonction g est définie sur  $\mathbb{R}$   
 2) Montrer que la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = x - 2$  est asymptote à la courbe  $\mathcal{C}$  au voisinage de  $+\infty$   
 3) Montrer que la droite  $\mathcal{D}'$  d'équation  $y = -x + 2$  est asymptote à la courbe  $\mathcal{C}$  au voisinage de  $-\infty$   
 4) Tracer la courbe  $\mathcal{C}$  en admettant que les variations de g sont données par le tableau ci-dessous

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f(x)	$+\infty$	3	$+\infty$

**EXERCICE 7**

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 2x - 8}$ .

On désigne par  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan

- 1) Déterminer le domaine de définition de  $f$  ainsi que son domaine de continuité
- 2) Montrer que la droite d'équation  $y = 1$  est asymptote à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au voisinage de  $-\infty$
- 3) Montrer que la droite d'équation  $y = 2x - 1$  est asymptote à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au voisinage de  $+\infty$
- 4) Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x) = f(x) - ax$  où  $a$  est un paramètre réel. On désigne par  $\mathcal{C}_g$  sa courbe représentative dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

a) Montrer que pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $[4; +\infty)$ ,  $g(x) = x \left( \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{8}{x^2}} + 1 - a \right)$

b) Etudier suivant les valeurs de  $a$ , la limite de la fonction  $g$  en  $+\infty$ . Pour qu'elle valeur de  $a$  la courbe  $\mathcal{C}_g$  admet-elle une asymptote horizontale ?

c) Montrer que si  $a \neq 2$ , la courbe  $\mathcal{C}_g$  admet au voisinage de  $+\infty$  une asymptote oblique dont on précisera une équation

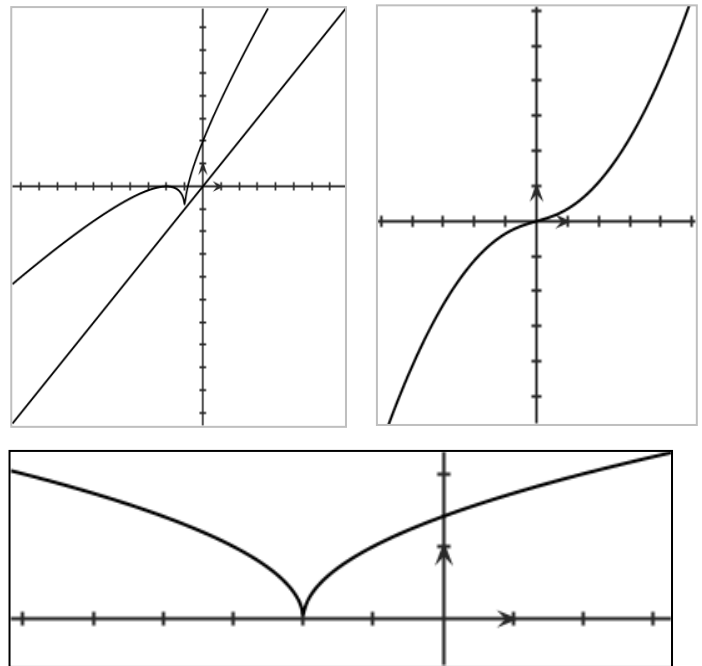
**EXERCICE 8**

Soient les fonctions définies par :  $f(x) = \sqrt{|x+2|}$

$g(x) = \frac{x\sqrt{|x+2|}}{4}$  et  $h(x) = x + \sqrt{|4x+4|}$ . On désigne par  $\mathcal{C}_f, \mathcal{C}_g$  et  $\mathcal{C}_h$  leurs représentations graphiques dans un repère cartésien  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) Montrer que la courbe  $\mathcal{C}_f$  admet aux voisinages de  $+\infty$  et  $-\infty$  des branches paraboliques de direction celle de  $(O, \vec{i})$
- 2) Montrer que la courbe  $\mathcal{C}_g$  admet aux voisinages de  $+\infty$  et  $-\infty$  des branches paraboliques de direction celle de  $(O, \vec{j})$
- 3) Montrer que la courbe  $\mathcal{C}_h$  admet aux voisinages de  $+\infty$  et  $-\infty$  des branches paraboliques de direction celle de la droite d'équation  $y = x$

- 4) Reconnaître dans les trois figures suivantes les courbes  $\mathcal{C}_f, \mathcal{C}_g$  et  $\mathcal{C}_h$



**EXERCICE 9**

Soit la fonction  $g$  définie sur

$$\mathbb{R} \setminus \{1\} \text{ par : } g(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 2} + x - 2}{x - 1}$$

- 1) Montrer que  $g$  est prolongeable par continuité en 1 et définir son prolongement continu qu'on notera par  $f$
- 2) Le plan est muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Montrer que la courbe  $\mathcal{C}_f$  d'équation  $y = f(x)$  possède deux asymptotes horizontales
- 3) Montrer que le point  $I(1;1)$  est un centre de symétrie de la courbe  $\mathcal{C}_f$
- 4) En admettant que  $f$  est strictement croissante, dresser le tableau de variation de  $f$  puis donner une allure de la courbe  $\mathcal{C}_f$

**FONCTIONS COMPOSEES**

**EXERCICE 10**

On considère les fonctions  $f$

et  $g$  définies par  $f(x) = x - 4\sqrt{x} + 5$  et  $g(x) = \frac{3x+6}{x-2}$

- 1) Déterminer le domaine de définition et continuité de chacune des fonctions  $f$  et  $g$
- 2) Déterminer le domaine de définition de la fonction composée  $g \circ f$  puis exprimer  $(g \circ f)(x)$  en fonction de  $x$
- 3) Déterminer le domaine de continuité de la fonction  $g \circ f$  puis étudier les limites aux bornes de son domaine de définition

4) Expliciter la fonction fog puis étudier ses limites aux bornes de son domaine de définition

**EXERCICE 11**

On considère les fonctions U et V définies par :

$$U(x) = \frac{\sin(2x)}{x} \text{ et } V(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de la fonction composée UoV puis montrer qu'elle est prolongeable par continuité en 1. Définir la fonction f qui prolonge UoV par continuité en 1
- 2) Soit  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction f dans un repère cartésien  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Montrer que la droite d'équation  $y=2$  est asymptote à  $\mathcal{C}$  aux voisinages de  $+\infty$  et  $-\infty$
- 3) Montrer que pour tout nombre réel non nul x on a :  $-\frac{1}{|x|} \leq U(x) \leq \frac{1}{|x|}$ . En déduire la limite de la fonction U en  $+\infty$  et  $-\infty$
- 4) Déterminer le domaine de définition de la fonction VoU puis montrer que  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (VoU)(x) = -1$  et interpréter graphiquement
- 5) Montrer que la fonction VoU est prolongeable par continuité en 0. Définir la fonction g qui prolonge VoU par continuité en 0

**EXERCICE 12**

On considère deux fonctions f et g continues sur leurs domaines de définitions respectifs  $]1; +\infty[$  et  $]0; +\infty[$ . On donne ci-dessous leurs tableaux de variations :

x	1	3	5	$+\infty$
f(x)		$+\infty$	0	$-\infty$

x	0	4	$+\infty$
g(x)		$+\infty$	$-\infty$

- 1) Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions composées fog et gof
- 2) Montrer que fog et gof sont continues sur leurs domaines de définition
- 3) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 3^-} (gof)(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 4^-} (f \circ g)(x)$
- 4) Montrer que la fonction fog admet un prolongement continue U à droite de 0 et préciser l'image de 0 par U
- 5) Montrer que la fonction gof n'est pas prolongeable par continuité à droite en 1

6) Montrer que l'équation  $f(x)=1$  admet une solution unique  $\alpha$  et que  $\alpha \in ]1; 3[$  puis déterminer les images de chacun des intervalles  $]1; \alpha[$  et  $[\alpha; +\infty[$  par f. En déduire le domaine de définition de fof

**IMAGE D'UN INTERVALLE ET VALEURS INTERMEDIAIRES**

**EXERCICE 13**

On donne ci-contre le tableau de variation d'une fonction f continue sur  $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
f(x)	$+\infty$	1	4	$-\infty$

- 1) Déterminer en justifiant l'image par f de chacun des intervalles suivants :  $]-\infty, 0]$ ,  $[0; 2]$ ,  $[2; +\infty[$ ,  $]-\infty, 2]$  et  $[0; +\infty[$
- 2) Déterminer le nombre et le signe des racines x de l'équation  $f(x)=y$  dans chacun des cas suivants :
  - a) y appartient à l'intervalle  $]-\infty; 1[$
  - b) y appartient à l'intervalle  $]1; 4[$
- 3) On suppose que  $f(3)+f(4)=2$  et  $f(3) \times f(4) = -1$ 
  - a) Montrer que l'équation  $f(x)=f(3)$  admet dans  $\mathbb{R}$  trois solutions alors que l'équation  $f(x)=f(4)$  possède une seule racine
  - b) Montrer que l'équation  $f(x)=0$  possède dans  $\mathbb{R}$  une seule racine  $\alpha$  et que  $\alpha \in ]3; 4[$
  - c) Déterminer le domaine de définition de la fonction g définie par  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  puis dresser son tableau de variation

**EXERCICE 14**

On considère les fonctions f et g de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définies par :  $f(x) = x^4 + x^2 - 7x + 4$  et  $g(x) = 4x^3 + 2x - 7$

- 1) Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une solution unique  $\alpha$  et que  $\alpha \in ]1, \frac{3}{2}[$
- 2) Etudier le signe de la fonction g. En déduire les variations de la fonction f
- 3) Montrer que  $f(\alpha) = \frac{1}{2}\alpha\left(\alpha - \frac{21}{2}\right) + 4$ . En déduire que  $-\frac{25}{8} < f(\alpha) < -\frac{1}{2}$
- 4) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  deux solutions  $x_1$  et  $x_2$  tels que  $x_1 < \alpha < x_2$
- 5) Etudier le signe de f(x) lorsque x varie dans  $\mathbb{R}$

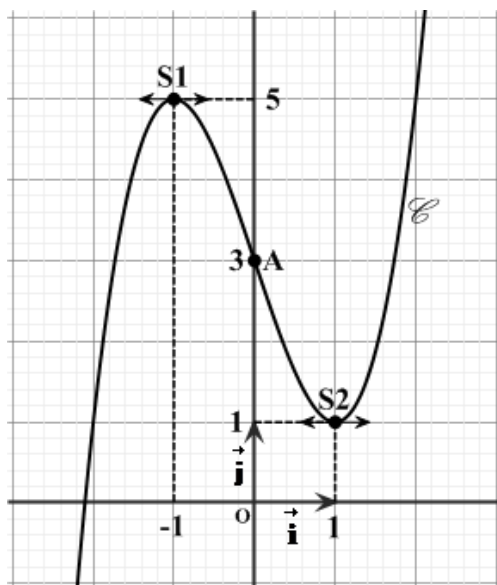
➔ **EXERCICE 15** On considère la fonction  $f$

$$\text{définie par : } \begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - 3x} & \text{si } x \leq -1 \\ f(x) = 2 + (x+1)\sin\left(\frac{\pi}{x+1}\right) & \text{si } -1 < x < 1 \\ f(x) = -x^3 + 2x + 3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de la fonction  $f$
- 2) Montrer que pour tout  $x$  appartenant à l'intervalle  $] -1; 1[$  on a :  $1 - x < f(x) < 3 + x$   
En déduire la limite de  $f$  à droite en  $-1$  puis montrer qu'elle est continue en  $-1$
- 3) Calculer  $f(1)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ . En déduire que  $f$  est continue en  $1$
- 4) Montrer que  $f$  est continue sur son domaine de définition
- 5) Soit  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère cartésien  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ 
  - a) Montrer que la courbe  $\mathcal{C}$  possède une branche infinie parabolique et une autre infinie asymptote à une droite oblique
  - b) Montrer que la courbe  $\mathcal{C}$  coupe l'axe  $(O, \vec{i})$  en seul point  $A$  d'abscisse  $\alpha$  appartenant à  $]1; 2[$
  - c) Donner un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude  $0,1$  puis un encadrement d'amplitude  $0,01$

➔ **EXERCICE 16**

Dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ci-dessous,  $\mathcal{C}$  est la représentation graphique d'une fonction continue  $g$ . La courbe  $\mathcal{C}$  passe par les points  $A, S_1$  et  $S_2$



- 1) Par une lecture graphique, dresser le tableau de variation de  $g$  et préciser ses extrémums

- 2) Par une lecture graphique, montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  une solution unique  $\alpha$
- 3) On suppose que  $g$  est une fonction polynôme de degré 3 :  $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 
  - a) En considérant le point  $A$ , déterminer  $d$
  - b) Exprimer  $g'(x)$  en fonction de  $a, b, c$  et  $x$  puis, en considérant les points  $S_1$  et  $S_2$ , déterminer les coefficients  $a, b$  et  $c$
- 4) Dans la suite on suppose que  $g(x) = x^3 - 3x + 3$   
Montrer que  $-3 < \alpha < -2$  puis déterminer un encadrement de  $\alpha$  d'amplitude  $0,1$  puis un encadrement d'amplitude  $0,01$
- 5) On se propose de déterminer la valeur exacte de  $\alpha$ , pour cela on applique la procédure suivante :
  - a) Montrer qu'il existe deux réels  $u$  et  $v$  tels que :  $\begin{cases} u + v = -\alpha \\ uv = 1 \end{cases}$
  - b) Montrer que  $u^3 + v^3 = 3$  puis calculer  $u^3$  et  $v^3$
  - c) On admet que pour tout réel positif  $k$ , l'équation  $x^3 = k$  admet dans  $\mathbb{R}_+$  l'unique solution  $x = \sqrt[3]{k}$ .  
Montrer que :  $\alpha = -\left(\sqrt[3]{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}\right)$  puis donner à l'aide d'une calculatrice une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-9}$  près

➔ **EXERCICE 17** Soit la fonction  $f$  définie sur

$$\mathbb{R} \setminus \{-1\} \text{ par } f(x) = \frac{2|x| + 3\sin(x)}{x+1}$$

- 1) Montrer que pour tout  $x$  strictement positif, on a :  $2 - \frac{5}{x+1} \leq f(x) \leq 2 + \frac{1}{x+1}$ . En déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 2) Montrer que pour tout  $x$  strictement inférieur à  $-1$  :  $-2 + \frac{5}{x+1} \leq f(x) \leq -2 - \frac{1}{x+1}$ . En déduire  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 3) Etudier la limite de  $f(x)$  en  $-1$
- 4) Soit la fonction  $g$  définie par  $g(x) = f\left(\frac{1}{x-1}\right)$ 
  - a) Déterminer le domaine de définition de  $g$
  - b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$ . La fonction  $g$  est-elle prolongeable par continuité en  $1$  ? justifier
  - c) Etudier la limite de  $g(x)$  en  $0$ . La fonction  $g$  est-elle prolongeable par continuité en  $0$  ? justifier

➔ **EXERCICE 18**

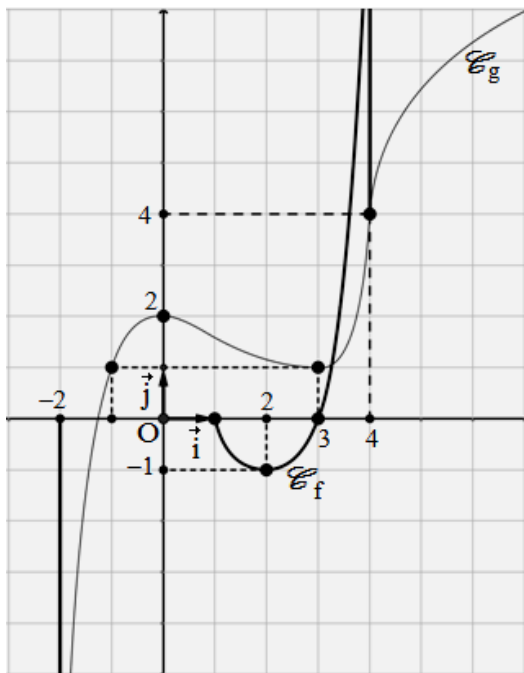
On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{\sqrt{4+2x^2} - 2}{x} \text{ si } x \neq 0 \text{ et } f(0) = 0$$

- 1) Montrer que  $f$  est continue en 0 puis qu'elle est continue sur  $\mathbb{R}$
- 2) Montrer que  $f$  est impaire
- 3) Montrer que pour tout  $x > 0$  ;  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{\frac{4}{x^2} + 2} + \frac{2}{x}}$
- 4) Montrer que sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  la fonction  $f$  est bornée par 0 et  $\sqrt{2}$ . En déduire que sur  $\mathbb{R}$ , la fonction  $f$  est bornée par  $\sqrt{2}$  et  $-\sqrt{2}$
- 5) On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = f(x)$  si  $x < 0$  et  $g(x) = x^4 - 2x^2$  si  $x \geq 0$ 
  - a) Montrer que  $g$  est continue sur  $\mathbb{R}$
  - b) Montrer que l'équation  $g(x) = 4$  admet une solution unique  $\alpha$  et que  $\alpha \in ]1; 2[$
  - c) Montrer que  $g(-\alpha) = \frac{2 - \alpha^2}{\alpha}$

**EXERCICE 19**

Dans le graphique ci-dessous,  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  sont les représentations graphiques dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  des fonctions  $f$  et  $g$  continues respectivement sur les intervalles  $]1; 4[$  et  $]-2; +\infty[$ . Chacune des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  possède une asymptote verticale



- 1) Déterminer par une lecture graphique les variations et les extrémums de chacune des fonctions  $f$  et  $g$
- 2) Déterminer graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation  $1 \leq g(x) < 4$  puis déterminer le domaine de définition de la fonction composée  $f \circ g$

- 3) Préciser l'image de l'intervalle  $[1; 2]$  par  $g \circ f$  puis montrer que la fonction  $g \circ f$  est continue et strictement décroissante sur l'intervalle fermé  $[1; 2]$
- 4) Montrer qu'il existe un réel  $x_0$  dans  $[1; 2]$  tel que  $(g \circ f)(x_0) = x_0$
- 5) On se propose de déterminer le domaine de définition et les variations de la fonction  $h$  définie par  $h(x) = \sqrt{4 - f(x)}$ 
  - a) Montrer que l'équation  $f(x) = 4$  admet une solution unique  $\alpha$  et que  $\alpha \in ]3; 4[$ . En déduire le domaine de définition de la fonction  $h$
  - b) Etudier les variations de  $h$  sur son domaine de définition et préciser ses extrémums

**EXERCICE 20**

On considère deux réels  $a$  et  $b$  tels que  $a < b$  et une fonction  $f$  continue sur  $[a, b]$

- 1) Montrer que si  $f(a) \neq f(b)$  alors pour tout couple  $(\alpha, \beta)$  de réels strictement positifs, il existe un réel  $c$  dans l'intervalle ouvert  $]a, b[$  tel que :  $\alpha f(a) + \beta f(b) = (\alpha + \beta)f(c)$
- 2) Montrer que si  $f([a, b]) \subset ]a, b[$ , alors il existe un réel  $x_0$  dans  $]a, b[$  tel que  $f(x_0) = x_0$
- 3) Soient  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$  une suite de  $n$  valeurs appartenant à l'intervalle  $[a, b]$ , montrer qu'il existe un réel  $\lambda$  dans  $[a, b]$  tel que :  $f(\lambda) = \frac{1}{n}(f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}) + f(x_n))$

**EXERCICE 21**

On considère l'application  $G$  de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par :  $G(x) = x^3 - 3x - 1$

- 1) Dresser le tableau de variation de  $G$  et montrer que l'équation  $G(x) = 0$  admet dans  $\mathbb{R}$  trois solutions  $x_1, x_2, x_3$  appartenant à l'intervalle  $]-2; 2[$  (On prendra :  $x_1 < x_2 < x_3$ )
- 2) Montrer que pour toute solution  $x_i$  de l'équation  $G(x) = 0$ , il existe un seul réel  $\theta_i$  dans l'intervalle  $]0, \pi[$  tel que :  $x_i = 2 \cos \theta_i$
- 3) Montrer que :  $4 \cos^3(\theta) - 3 \cos(\theta) = \cos(3\theta)$
- 4) Déterminer les solutions de l'équation  $G(x) = 0$  puis utiliser la calculatrice pour donner les valeurs approchées des solutions  $x_i$  à  $10^{-3}$  près