

Lycée Classique ABIDJAN	DEVOIR	Année Scolaire : 2021-2022
Mardi, 15 Mars 2022	MATHEMATIQUES -Tle C	DUREE : 2 heures

EXERCICE 1 (2 points)

Recopie le numéro de chaque affirmation suivi de **Vrai** si l'affirmation est vraie ou **FAUX** si elle est fausse.

1	Le plan complexe est rapporté au repère (O, I, J) , l'écriture complexe de la symétrie orthogonale d'axe (OI) est $z' = -z$
2	A, B et C étant trois points deux à deux distincts, on a $\widehat{(AB;AC)} = \arg\left(\frac{z_A - z_C}{z_A - z_B}\right)$
3	Sachant qu'il existe deux entiers relatifs u et v tel que $2431u + 65520v = 39$ alors $\text{PGCD}(2431; 65520) = 39$
4	n étant un entier naturel, si 8 divise $91n$ alors 8 divise n

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés suivants, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

	Enoncés	Réponses proposées
1	A et B les points d'affixes respectives 4 et $3i$. L'affixe du point C tel que le triangle ABC soit isocèle et $\widehat{\text{Mes}(AB;AC)} = \frac{\pi}{2}$ est	A $-3i$
		B $1 - 4i$
		C $7 + 4i$
2	Soit f l'application du plan dans le plan dont l'écriture complexe est $z' = -iz - 2i$.	A f est la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et de centre $i + i$
		B f est la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et de centre $-1 - i$
		C f est une homothétie de rapport -1
3	Si a et b sont deux entiers naturels non nuls tels que a divise b alors	A $\text{PGCD}(a, b) = b$
		B $\text{PGCD}(a, b) = 1$
		C $\text{PGCD}(a, b) = a$
4	Si $\text{PPCM}(28; b) = 700$ alors	A $b = 70$
		B $b = 56$
		C $b = 25$

EXERCICE 3 (5 points)

Dans tout l'exercice, x et y désignent des entiers naturels non nuls vérifiant $x < y$. S est l'ensemble des couples $(x; y)$ tels que : $\text{PGCD}(x, y) = y - x$.

1-a) A l'aide de l'algorithme d'Euclide, détermine $\text{PGCD}(363; 484)$.

b) Le couple $(363; 484)$ appartient-il à S ? Justifie ta réponse.

2- Soit n un entier naturel non nul.

a) Justifie que le couple $(n; n + 1)$ appartient à S .

b) Démontre que $(x; y)$ appartient à S si et seulement si il existe un entier naturel k tel que :

$$x = k(y - x) \text{ et } y = (k + 1)(y - x).$$

c) Dédus que pour tout couple $(x ; y)$ élément de S ; on a $\text{PPCCM}(x ; y) = k(k + 1)(y - x)$.

3-a) Détermine l'ensemble des entiers naturels diviseurs de 228.

b) Dédus l'ensemble des couples (x,y) de S tels que $\text{PPCM}(x ; y) = 228$.

EXERCICE 4 (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u} ; \vec{v})$. On note A le point d'affixe -2.

On considère l'équation (E) : $3z^3 - 2z^2 + 4z + 16 = 0$.

Soit $\alpha \in \mathbb{C}^*$ et M, N et P les points d'affixes respectives $\alpha, \frac{3}{2}\alpha^2$ et $\frac{8}{\alpha}$.

1- Montre que si $\alpha \in \mathbb{R}^*$ alors les points M, N et P sont alignés.

Dans la suite de l'exercice on suppose que α n'appartient pas à \mathbb{R} .

2- Montre que si le quadrilatère $MNAP$ est un parallélogramme, alors α est une solution de l'équation (E).

3- Dans cette question on prend $\alpha = 1 + i\sqrt{3}$.

a) Donne l'écriture exponentielle de chacun des nombres complexes $\alpha, \frac{3}{2}\alpha^2, \frac{8}{\alpha}$.

b) Place dans le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) les points A, M, N et P .

c) Donne l'écriture algébrique de chacun des nombres complexes $\frac{3}{2}\alpha^2, \frac{8}{\alpha}$.

d) Montre que le quadrilatère $MNAP$ est un parallélogramme.

4-a) Montre que si α est une solution de (E) alors $\bar{\alpha}$ est aussi une solution de (E).

b) Dédus les affixes des points M pour lesquels $MNAP$ est un parallélogramme.

EXERCICE 5 (5 points)

Le couple Kouamé se propose d'inviter entre 150 et 180 personnes à son repas de noces. Il cherche une salle pouvant accueillir tous ses invités. On lui en propose deux :

- dans la première salle, il est possible de placer les invités par table de 7 personnes, mais alors un des invités n'aura pas de siège.
- dans la deuxième salle, il est possible de placer les invités par table de 5 personnes et cette fois, 4 invités n'auront pas de siège.

Un des amis du couple Kouamé a trouvé une salle qui peut contenir tous les invités, mais le couple, préoccupé par l'organisation du mariage, a oublié le nombre exact de personnes qu'il se propose d'inviter. En utilisant tes connaissances mathématiques, aide le couple Kouamé à déterminer le nombre d'invités.